

**S V E U Č I L I Š T E U Z A G R E B U**  
**PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET-ZAGREB**

**Prof. dr Marijan Kasumović**

**Opća i primijenjena**

# **GEOFIZIKA**

**s osnovama sferne astronomije**

**I DIO**

**Opća geofizika**



**Zagreb, 1971**

1940

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

RECEIVED

APR 10 1940

CHICAGO, ILL.

1940

1940



**S V E U Č I L I Š T E U Z A G R E B U**  
**PRIRODOSLOVNO-MATEMATIČKI FAKULTET-ZAGREB**

**Prof. dr Marijan Kasumović**

**Opća i primijenjena**

# **GEOFIZIKA**

**s osnovama sferne astronomije**

**I DIO**

**Opća geofizika**



**Zagreb, 1971**

*Odobreno rješenjem Komisije za udžbenike i skripta Sveučilišta u Zagrebu  
broj 08-662/1 od 20. IV 1971.*

Cijena za studente Sveučilišta u Zagrebu  
N din. 10.-

Tisak: Kućna tiskara Sveučilišta u Zagrebu - Trg Maršala Tita 14  
Broj 1337

Ova predavanja iz "Opće i primijenjene geofizike s osnovama sferne astronomije" objavljuju se kao skripta u 3 dijela i to:

- I dio, Opća geofizika,
- II dio, Primijenjena geofizika, i
- III dio, Osnove sferne astronomije.

Sva tri dijela namijenjena su u prvom redu studentima struke "Geofizika s meteorologijom" na Prirodoslovno-matematičkom fakultetu u Zagrebu kao uvod u osnovna područja geofizike tj. težu i oblik Zemlje, magnetizam Zemlje i seizmologiju kao i za dobivanje neophodno potrebnog poznavanja elemenata sferne astronomije.

I i II dio služi studentima Geologije na istom fakultetu kao osnovna grada za predmet "Geofizičke metode istraživanja".

I i III dio služi studentima Geografije istog fakulteta za predmet "Geofizika" s tim da se mogu po volji i detaljnije upoznati s osnovama sferne astronomije.

Za razumijevanje izložene materije potrebno je određeno znanje opće fizike, ali će spomenuta materiju studenti - specijalno geologije i geografije - moći potpuno shvatiti i skriptu koristiti uz redovno pohađanje predavanja.

Zahvaljujem se doc.dr Dragutinu Skoki na pruženoj pomoći u pripremanju rukopisa.

M.Kasumović





|   |    |
|---|----|
| 1. KOORDINATE NA POVRŠINI ZEMLJE                                |    |
| 1- 1. Geografska širina i dužina .....                          | 1  |
| 1- 2. Zemlja kao sferoid .....                                  | 3  |
| 1- 3. Geoid .....   | 5  |
| 1- 4. Visine i dubine .....                                     | 6  |
| 1- 5. Normalna i hidrografska nula .....                        | 8  |
| 2. TEŽA I NIVO PLOHE  |    |
| 2- 1. Gravitacija .....   | 9  |
| 2- 2. Teža .....  | 11 |
| 2- 3. Clairautov teorem .....                                   | 14 |
| 2- 4. Mjerenje akceleracije teže .....                          | 16 |
| 2- 5. Redukcija mjerenih vrijednosti akceleracije<br>teže ..... | 23 |
| 2- 6. Normalne vrijednosti akceleracije teže .....              | 29 |
| 2- 7. Polje teže .....  | 31 |
| 2- 8. Anomalije teže .....                                      | 33 |
| 2- 9. Revolucija .....  | 34 |
| 2-10. Sila uzročnica morskih doba .....                         | 38 |
| 3. OBLIK I VELIČINA ZEMLJE                                      |    |
| 3- 1. Era kugle .....   | 44 |
| 3- 2. Era sferoida .....  | 46 |
| 3- 3. Otklon viska .....  | 48 |
| 3- 4. Era geoida .....  | 50 |
| 3- 5. Undulacije geoida .....                                   | 51 |
| 4. IZOSTAZIJA   |    |
| 4- 1. Izostatska razmatranja R.Boškovića .....                  | 53 |
| 4- 2. Pratt-ova hipoteza .....                                  | 54 |
| 4- 3. Airy-eva hipoteza .....                                   | 57 |
| 4- 4. Izostatska redukcija akceleracije teže .....              | 59 |
| 5. MAGNETIZAM ZEMLJE  |    |
| 5- 1. Opći pojmovi .....  | 64 |
| 5- 2. Materija i magnetsko polje .....                          | 69 |
| 5- 3. Geomagnetski elementi .....                               | 75 |
| 5- 4. Apsolutna mjerenja i instrumenti .....                    | 78 |
| 5- 5. Magnetsko polje Zemlje .....                              | 89 |
| 5- 6. Magnetske anomalije .....                                 | 92 |
| 5- 7. Vremenske promjene zemaljskog magnetizma .....            | 93 |
| 5- 8. Sekularna varijacija .....                                | 95 |

## 6. SEIZMOLOGIJA

strana

|  |     |
|--|-----|
| 6- 1. Izvori potresa .....   | 98  |
| 6- 2. Metode istraživanja potresa .....  | 100 |
| 6- 3. Makroseizmička metoda .....  | 101 |
| 6- 4. Konstante elasticiteta .....   | 103 |
| 6- 5. Titranje i valovi .....  | 107 |
| 6- 6. Princip seizmografa .....  | 115 |
| 6- 7. Valovi potresa .....   | 122 |
| 6- 8. Hodohrone i mikroseizmička metoda određivanja<br>epicentra potresa ..... | 130 |
| 6- 9. Istraživanje unutrašnjosti Zemlje .....                                  | 132 |
| 6-10. Mohorovičićev diskontinuitet .....                                       | 135 |
| 6-11. Trešnja tla i magnituda potresa .....                                    | 137 |
| 6-12. Geografija i statistika potresa .....                                    | 139 |
| 6-13. Seizmičke karakteristike tla .....                                       | 145 |

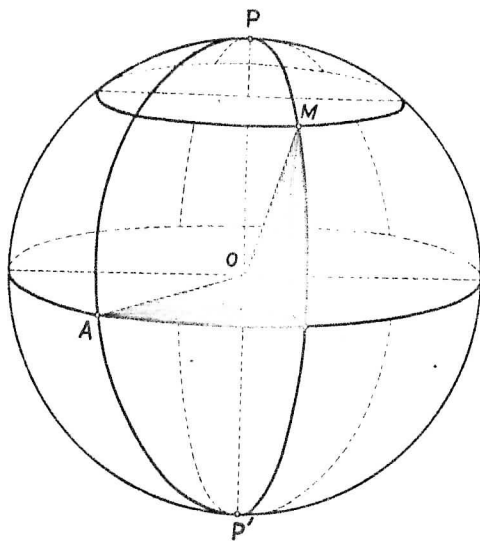


## 1. K O R D I N A T E N A P O V R Š I N I Z E M L J E

### 1-1. Geografska širina i dužina

Položaj tačke na površini kugle jednoznačno je određen s dvije sferne koordinate. Do njih se dolazi tako da se na kugli definiraju izvjesne tačke, krugovi i lukovi (kutovi), pomoću koji se njena površina prekrije koordinatnom mrežom.

Osnovu takvog koordinatnog sistema čine *o s i o s n o v - n i k r u g*. Os se odabire proizvoljno. Ona prolazi središtem kugle i siječe njenu površinu u dvije dijametralno suprotne tačke *P-P'*, koje se zovu *p o l o v i*. Kad se jednom odabere os, tada je utvrđen i položaj polova.



Sl. 1 - 1,1

Presjeci kugle s ravninama koje prolaze kroz njeno središte jesu *g l a v n i* ili *n a j v e ć i* krugovi. Njihovi polumjeri jednaki su polumjeru kugle. Glavni krug koji je okomit na os jest *o s n o v n i k r u g* tog koordinatnog sistema. Os probada taj krug u središtu O kugle.

Paralelno sa osnovnim krugom može se prema jednom i drugom polu položiti niz *p a r a l e l n i h* krugova. Idući prema polovima polumjeri im se smanjuju i oni nisu glavni krugovi kugle.

Međutim kroz oba pola može se položiti niz glavnih krugova, koji se zovu o k o m i t i k r u g o v i , jer stoje okomito na osnovnom krugu.

Koordinatnu mrežu na površini kugle tvori skup presjeka paralelnih i okomitih krugova s površinom kugle a to su kružnice. Za definiranje položaja tačke na površini kugle nužno je utvrditi položaj paralelnog i okomitog kruga koji kroz nju prolaze.

Položaj paralelnog kruga određuje njegova najkraća sferna udaljenost od osnovnog kruga. To je duljina luka okomitog kruga od osnovnog kruga do paralele dotične tačke odn. toj duljini luka pripadni središnji kut.

Budući da se po jedan paralelni i okomiti krug na površini kugle sijeku u dvije tačke, kod okomitog kruga utvrđuje se položaj okomitog p o l u k r u g a koji prolazi kroz dotičnu tačku. To je onaj dio okomitog kruga, kako ga na dva dijela dijeli os.

Položaj okomitog polukruga određuje sferna udaljenost osnovnog kruga od jednog početnog - proizvoljno odabranog - okomitog polukruga odn. tom luku pripadajući središnji kut.

Na pr. položaj tačke M (Sl.1-1,1) - ako za početni polukrug odaberemo polukrug PAP' - određen je lukom osnovnog kruga od početnog polukruga do polukruga koji prolazi kroz tačku M (apscisa) i lukom polukruga PMP' od osnovnog kruga do paralelnog kruga tačke M (ordinata).

Smatramo li Zemlju kuglom određenog polumjera (glatka površina, bez topografije terena), tada je položaj nekog mjesta na njejoj površini određen s dvije naprijed definirane koordinate.

Za os koordinatnog sistema Zemlje uzima se os, oko koje ona rotira. Zemljina os siječe njenu površinu u dvije tačke: s j e - v e r n o m i j u Ź n o m polu. Presjek osnovnog kruga s površinom Zemlje zove se e k v a t o r a paralelnih krugova p a - r a l e l e . Presjeci okomitih polukrugova jesu m e r i d i j a -

n i a kao početni danas je prihvaćen onaj, koji prolazi zvjezdarnicom u mjestu Greenwich u Vel. Britaniji.

Koordinate mjesta na površini Zemlje a to su g e o g r a f - s k a š i r i n a i d u Ź i n a možemo definirati ovako:

- g e o g r a f s k a š i r i n a  $\varphi$  mjesta je luk meridijana izražen u kutnoj mjeri od ekvatora do paralele dotičnog mjesta. Broji se od ekvatora prema sjevernom i južnom polu od  $0^\circ$  do  $90^\circ$ . Sjeverne širine označuju se slovom N ili predznakom (+) a južne slovom S odn. (-);

- g e o g r a f s k a d u Ź i n a  $\lambda$  mjesta je luk ekvatora izražen u kutnoj mjeri između početnog meridijana i meridijana dotičnog mjesta. Broji se od početnog meridijana na istok i zapad od  $0^\circ$  do  $180^\circ$ . Istočne dužine označuju se slovom E ili predznakom (+) a zapadne slovom W odn. (-).

Sva mjesta na istom meridijanu imaju jednaku geografsku dužinu a sva mjesta na istoj paraleli jednaku geografsku širinu. Ali najkraća spojnica između dva mjesta iste geografske širine nije luk njihove paralele, nego luk glavnog kruga, koji kroz njih prolazi.

Razlika geografskih širina  $\Delta\varphi$  dvaju mjesta jest luk meridijana izražen u kutnoj mjeri između njihovih paralela. Razlika geografskih dužina  $\Delta\lambda$  dvaju mjesta jest luk ekvatora izražen u kutnoj mjeri između njihovih meridijana. Spomenute razlike po apsolutnoj vrijednosti određuju se tako da se kod istoimenih širina i dužina od veće odbije manja a kod raznoimenih obe vrijednosti zbroje. Dobije li se pri tom za razliku dužina vrijednost veća od  $180^\circ$ , razlika dužina bit će nadopuna dobivene vrijednosti do  $360^\circ$ .

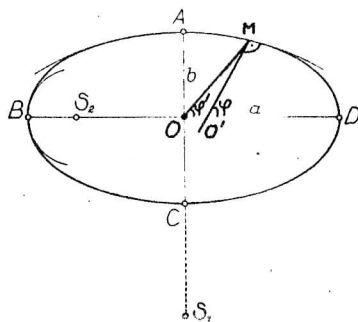
## 1-2. Zemlja kao sferoid

Uz pretpostavku da je Zemlja kugla, spojnica OM (Sl.1-1,1), a to je polumjer kugle, za svako mjesto na površini Zemlje okomita je na njenu površinu; meridionalni presjeci i presjeci po parale-



lama su tada krugovi a meridijani polukružnice i paralele kružnice.

Međutim poznato je da Zemlja nije kugla, nego je na polovima spljoštena a duž ekvatora nešto ispupčena. Kad bi ona imala oblik spljoštenog elipsoida (rotacioni elipsoid, koji nastaje rotacijom elipse oko njene male osi) ekvator i paralele ostale bi kružnice a meridijani su tada polovine elipse. Spojnice središta O elipse sa tačkama M na površini elipsoida nisu okomite



Sl. 1 - 2,1

na njegovu površinu, osim s polovima i tačkama ekvatora (Sl.1-2,1). Okomice na površinu elipsoida sijeku veliku os u tačkama  $O'$ , već prema položaju tačke M na površini. Osim toga i polumjeri zakrivljenosti meridijana nisu svuda jednaki. Oni su manji u blizini ekvatora ( $S_2B$ ) a veći u blizini polova ( $S_1A$ ).

Danas se u nekim naukama uzima da je Zemlja kugla. To je na pr. u sfernoj astronomiji i pomorskoj navigaciji, budući da ta pretpostavka zadovoljava mjerenja i istraživanja koja one izvođe. Ali u geodeziji, geofizici i matematičkoj geografiji Zemlja se smatra spljoštenim elipsoidom male spljoštenosti - s f e r o i d - a i to tek u prvoj približnosti.

Osnovna veličina Zemlje kao elipsoida jest spljoštenost  $\alpha$ . To je razlika ekvatorske a i polarne b poluosi elipsoida (ekvatorski a i polarni b polumjer), mjerena ekvatorskim polumjerom, dakle

$$\alpha = \frac{a-b}{a} . \quad (1-2,1)$$

Ona iznosi približno  $\frac{1}{297}$ , što znači da je polarna poluos za oko  $\frac{1}{300}$  kraća od ekvatorske.

Posljedica spljoštenosti Zemlje jest i ta, da razlikujemo geocentričnu i geografsku širinu mjesta. Geocentrična širina mjesta M jest jednaka kutnoj mjeri kuta u središtu sferoida koji zatvara spojnicu središta sferoida i dotičnog mjesta s ravninom ekvatora. Geografska širina pak odgovara kutnoj mjeri kuta  $\varphi$ , koji zatvara okomica na sferoid u tački M s ravninom ekvatora. Duljina luka meridijana kao elipse od ekvatora do dotičnog mjesta u oba slučaja je ista. Razlika između dva spomenuta kuta kod Zemlje kao sferoida nije velika; maksimalna je u širini  $45^\circ$  i iznosi  $11,6'$ . U Sl.1-2,1 spljoštenost a prema tome i razlika tih kutova uveličana je.

### 1-3. Geoid

Iz fizikalnih razloga nužno je, da ploha koja omeđuje tijelo kojim se definira oblik Zemlje, bude ploha ravnoteže što znači, da je njena površina svuda okomita na rezultantu svih sila, koje na nju djeluju. Takva ploha bila bi površina mirnog oceana. U tom bi slučaju ona bila svuda okomita na smjer v a r t i k a l e (smjer napetog konca viska) odn. h o r i z o n t a l n a, što znači da bi se na svakom mjestu podudarala s bazom libele koja vrhuni.

Kad bi opisamu plohu produžili kroz kontinente ona bi omedila tijelo specijalnog oblika, kojeg je njem.fizičar J.Listing 1873.

god. nazvao g e o i d. To tijelo je nepravilnog oblika i ne može se poput kugle i spljoštenog elipsoida, koji su pravilna geometrijska tijela, izraziti jednim analitičkim (matematičkim) izrazom. Stoga se i ploha geoida određuje u odnosu prema plohi jednog zgodno odabranog sferoida tzv. e l i p s o i d a r e - f e r e n c i j e, koji ima takve dimenzije, da odstupanja geoida od tog elipsoida ne budu velika po iznosu i da postoje pozitivna i negativna odstupanja što znači, da će ploha geoida biti dijelom iznad a dijelom ispod elipsoida referencije. Istraživanje oblika Zemlje sastoji se u određivanju u n d u l a c i j a geoida, dok se za vršenje praktičnih radova u geodeziji i kartografiji koristi odabrani elipsoid referencije. Prikaz oblika Zemlje svodi se dakle na davanje topografije undulacija geoida na geografskim kartama, koje za osnovnu plohu koriste plohu elipsoida referencije, a ne možda na izvođenje jednadžbe geoida.

Ploha geoida odn. tačnije rečeno njena granica između oceana i kontinenta može se utvrditi na obalama mora, kad se raspolaže s kontinuiranim motrenjima kolebanja fizičke površine mora u toku duljeg vremenskog razdoblja. U tom slučaju može se izvesti s r e d n j a r a z i n a mora i ona odgovara naprijed spomenutoj granici tj. dijelu geoida, jer se ona podudara s onakvom površinom mora, u kojoj je eliminirano njeno kolebanje zbog površinskih valova, morskih doba, djelovanja tlaka zraka, vjetera itd., dakle mirnom površinom mora.

#### + 1-4. Visine i dubine

Geografske koordinate nisu dovoljne za definiranje položaja mjesta na Zemlji, kad treba uzeti u obzir konfiguraciju površine njene kore (kontinenti, morsko dno) a također i za tačke u atmosferi i u moru. Zbog toga se iz vertikalne projekcije dotične tačke na površinu uvodi i treća koordinata (aplikata) i to v i s i n a za tačke na kopnu i u atmosferi i d u b i n a za



morsko dno i tačke u moru. Obe veličine uzimaju se duž vertikalne ali se ne broje od iste osnovne razine, tako da dubina nije negativna visina.

Visine se broje od srednje razine mora, dakle od geoida. Pozitivne visine imaju mjesta, koja su iznad te razine a negativne ona, koja su ispod.

Srednja razina mora izvodi se kao srednja vrijednost satnih visina vodostaja mora iz većeg broja godina. Nije definirano iz kolikog broja godina niti iz kojih godina. Srednja razina mora bit će to realnija, što je niz podataka s kojim se raspolaže duži. Stoga će u srednjoj razini biti u većoj ili manjoj mjeri eliminirano kolebanje fizičke površine mora.

Ona srednja razina mora, koja se odabere kao ploha referencije za davanje apsolutnih visina visinskim kotama zove se *n o r m a l n a n u l a* (kratica N.N.). Normalne nule pojedinih država izvedene su iz podataka kolebanja vodostaja mora iz različitih razdoblja i iz nizova različite dužine. Stoga se normalna nula na državnim granicama općenito skokom mijenja, iako razlike nisu velike.

Apsolutne visine visinskih kota Jugoslavije odnose se na normalnu nulu biv. Austro-Ugarske. Ta normalna nula (N.N.Trst) izvedena je kao srednja vrijednost satnih vrijednosti vodostaja mora u Trstu iz niza od samo jedne - 1875. - godine. Početkom ovog stoljeća utvrdilo se je, da je ta srednja razina za oko 9 cm niža od one, koja se dobije kao srednja vrijednost iz niza od 8 godina. Razlika potječe otuda što je 1875. godine vodostaj Jadrana - na nesreću - bio izvanredno nizak a iduće godine trebalo je već raspolagati s normalnom nulom za davanje apsolutnih visina kotama na geografskim kartama, koje su bile rezultat već ranije izvršenog premjera. Budući da bi kasnije utvrđena promjena normalne nule zahtijevala i promjenu apsolutnih visina na svim geografskim kartama Jugoslavije, spomenuta nula zadržana je još i danas, jer

razlika od 9 cm nije od bitnog značenja za praksu.

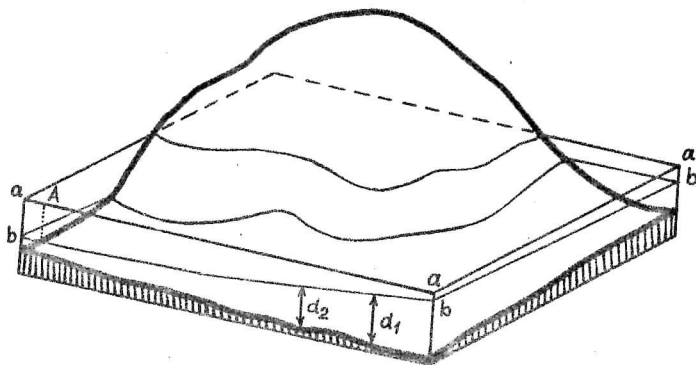
Dubine, specijalno one koje su zabilježene na pomorskim kartama, broje se od h i d r o g r a f s k e n u l e (kratica H.N.) i to tako da se povećavaju prema dolje. Hidrografska nula se definira kao razina najnižeg vodostaja mora koji je zabilježen u dotičnom području u toku duljeg niza godina ili kao razina srednjeg vodostaja niskih voda u vrijeme kad su one najniže (obično u vrijeme sizigija). U područjima gdje postoji dnevna nejednakost niskih voda uzimaju se za određivanje srednje vrijednosti samo vodostaji nižih niskih voda.

U jugoslavenskom području Jadranskog mora za hidrografsku nulu uzima se srednji vodostaj nižih niskih voda u vrijeme sizigija iz razdoblja od nekoliko godina. Druge države definiraju hidrografsku nulu prema tipu kolebanja fizičke površine mora i uvijek tako, da ona bude što niža.

Razlog da se za hidrografsku nulu odabire što je moguće niža a opet jedna realna razina jest taj, što će u tom slučaju dubina izmjerena od fizičke površine mora na pojedinom mjestu biti gotovo uvijek veća od one, koja je na tom mjestu označena na karti i odnosi se na hidrografsku nulu. To je važan faktor za sigurnost plovidbe u plitkim obalnim vodama.

#### + 1-5. Normalna i hidrografska nula

Srednja razina mora jest horizontalna a prema tome i normalna nula. Kod hidrografske nule to ne mora biti, jer se amplituda kolebanja fizičke površine mora općenito prostorno mijenja. Stoga će hidrografska nula odstupati od normalne nule na različitim mjestima za različite iznose. U Sl.1-5,1 vidi se odstupanje hidrografske nule b-b od normalne nule a-a. Kod mjesta A odstupanje je najveće jer je i amplituda kolebanja fizičke površine mora od morskih dno-  
ba na tom mjestu najveća.



Sl. 1 - 5,1

Potrebno je također spomenuti da se iz podataka o dubinama koje su označene na pomorskim kartama dobiva ispravan reljef morskog dna tek onda, kad se dubine prethodno reduciraju na normalnu nulu a za što je potrebno poznavati negativnu visinu hidrografske nule u dotičnom području. Na pr. dubine  $d_1$  i  $d_2$  (Sl.1-5,1) različite su u odnosu prema hidrografskoj nuli a jednake bi bile, kad bi se brojile od normalne nule.

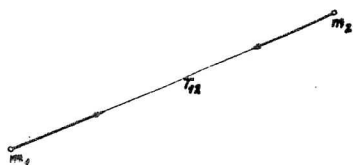
Razmak između hidrografske nule i normalne nule u Jadranskom moru povećava se idući od juga prema sjeveru jer se i amplituda kolebanja fizičke površine tog mora povećava od Otrantskih vrata prema zatvorenom (sjevernom) kraju basena.

## 2. TEŽA I NIVO PLOHE

### 2-1. Gravitacija

1684.godine dao je I.Newton zakon općeg privlačenja masa ili gravitacije . On je dokazao da je centripetalna sila koja prisiljava Mjesec na kruženje oko Zemlje privlačna sila među masama tih dvaju tijela. Odatle je izveo zaključak da analogna sila djeluje između Sunca i planeta odn. uopće među masama. Gibanja u Sunčevom sistemu jesu kružna (tačnije eliptična) i gravitacija drži ravnotežu centrifugalnoj sili, koja pri tom

gibanju postoji. To je razlog da se planeti i sateliti u tom gibanju neće sudariti niti jedno od drugog zauvijek udaljiti.



Sl. 2 - 1,1

Zakon gravitacije glasi: "privlačna sila K između dvije mase  $m_1$  i  $m_2$  proporcionalna je tim masama a obrnuto je proporcionalna kvadratu njihove međusobne udaljenosti  $r$  i ima smjer najkraće spojnice među masama. Matematički izraz Newtonovog zakona gravitacije glasi:

$$K = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (2-1,1)$$

Djelovanje te sile je izmjenično što znači da prva masa privlači drugu jednakom silom kojom i druga masa prvu. Veličina  $G$  zove se gravitaciona konstanta i numerički odgovara sili, kojom se dvije mase od 1 g privlače na udaljenosti od 1 cm. Ona iznosi

$$G = 6,68 \cdot 10^{-8} \quad \text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3 \cdot \text{s}^{-2}.$$

Newton je također spoznao da je padanje tijela na površini Zemlje specijalan slučaj gravitacije. Između Zemlje i kamena koji pada postoji međusobno privlačno djelovanje po istom zakonu.

Zemlja djeluje na to tijelo jednakom silom kao i tijelo na Zemlju, ali mu Zemlja zbog svoje ogromne mase daje vidnu akceleraciju padanja, dok je akceleracija u suprotnom smjeru neznatna.

Ako zamislimo da je masa (M) Zemlje skoncentrirana u njenom središtu, tada po formuli (2-1,1) <sup>možemo</sup> izračunati iznos akceleracije padanja tijela, koju bi ono imalo na površini Zemlje kao kugle i to samo pod utjecajem gravitacije. Uvrstimo li da je  $m_1 = M$  a  $m_2$  masa tijela i polumjer Zemlje  $R = 6,37 \cdot 10^8$  cm tada je

$$G \frac{M m_2}{R^2} = m_2 a \quad \text{odn.} \quad a = G \frac{M}{R^2}, \quad (2-1,2)$$

gdje je a akceleracija padanja. Za njeno izračunavanje potrebno je poznavati masu Zemlje. Smatramo li da je Zemlja kugla a njena masa  $M = 6 \cdot 10^{27}$  g tada bi akceleracija od gravitacije na površini Zemlje iznosila:

$$a = 1000 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}.$$

Smjer te akceleracije je ovdje prema središtu Zemlje uz uvjet da je njena masa homogena.

Primjena izraza (2-1,1) - kako ćemo odmah vidjeti - ne obuhvata sve elemente, koji utječu na iznos i smjer akceleracije padanja tijela na površini Zemlje koja rotira.

## 2-2. Teža

Poznato je da Zemlja rotira od zapada prema istoku oko osi, koja prolazi kroz sjeverni i južni geografski pol. Posljedica te rotacije jest prividna vrtnja nebeske kugle od istoka prema zapadu te u odnosu na Sunce izmjena dana i noći.

Sva tijela na Zemlji uključivši i atmosferu bilo da su u stanju mirovanja ili gibanja sudjeluju u toj rotaciji i imaju istu kutnu brzinu kao i Zemlja. Budući da se Zemlja jednom okrene oko svoje

osi u odnosu prema zvijezdi stajačici u jednom zvjezdanom danu (86164 sekunde srednjeg Sunčevog vremena), bit će kutna brzina njene rotacije

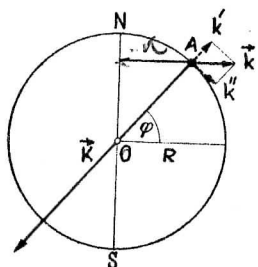
$$u = \frac{2\pi}{86164} = 0,7292 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}.$$

Zbog rotacije Zemlje oko osi, njena masa, tijela na njenoj površini, atmosfera i more kao i tijela u njima izložena su djelovanju centripetalne sile. Ona je usmjerena prema osi rotacije a veličina joj zavisi o promatranoj masi  $m$ , njenoj najkraćoj udaljenosti  $r$  od osi rotacije i kvadratu kutne brzine  $u$  u rotacije, tj.

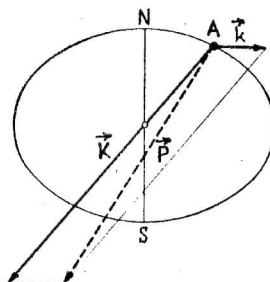
$$k = - m r u^2 \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (2-2,1)$$

Predznakom minus označili smo da joj je smjer prema osi rotacije. Potrebnu centripetalnu silu kod rotacije Zemlje daje gravitacija i to njena komponenta u dotičnoj tački prema osi rotacije. U tački A na površini Zemlje kao kugle (a koja se nalazi u širini  $\varphi$  (Sl.2-2,1), centripetalna sila prikazana je vektorom  $\vec{k}$ .

Promatramo li masu  $m$  u tački A na površini Zemlje sa stanovišta opažača, koji u toj rotaciji sudjeluje (s istog aspekta istražujemo prirodne pojave, jer ih tako i vidimo) na nju djeluje centrifugalna sila, koja je jednaka po iznosu a suprotna po smjeru centripetalnoj sili (Newtonov aksiom akcije i reakcije).



Sl. 2 - 2,1



Sl. 2 - 2,2



⊗ Ako s  $R$  označimo polumjer Zemlje tada je udaljenost  $r$  tačke  $A$  od osi rotacije  $r = R \cos \varphi$ , pa će centrifugalna sila biti

$$k = m R u^2 \cos \varphi. \quad (2-2,2)$$

Uz naprijed spomenute numeričke vrijednosti možemo izračunati ove iznose akceleracije centrifugalne sile ( $m = 1$ ) u zavisnosti o širini :

|             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                          |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|--------------------------|
| $\varphi =$ | 0    | 10   | 20   | 30   | 40   | 50   | 60   | 70   | 80   | 90°                      |
| $k =$       | 3,38 | 3,33 | 3,18 | 2,93 | 2,59 | 2,18 | 1,69 | 1,16 | 0,59 | 0,00 cm.s. <sup>-2</sup> |

Vidimo da je centrifugalna sila odn. njena akceleracija najveća na ekvatoru te opada prema polovima, gdje je nula.

Prema tome na površini Zemlje u tački  $A$  u širini  $\varphi$  djelovat će na masu  $m$  ove dvije sile:

- g r a v i t a c i j a  $K$  (prikazana u slici vektorom  $\vec{K}$ , koji ima smjer prema središtu  $O$  Zemlje kao kugle), i

- c e n t r i f u g a l n a s i l a  $k$  (vektor  $\vec{k}$  sa smjerom od osi rotacije).

Centrifugalna sila je u odnosu prema gravitaciji veoma mala. Na ekvatoru gdje je maksimalna iznosi oko  $1/300$  gravitacije.

Centrifugalnu silu možemo rastaviti u dvije komponente:

r a d i j a l n u  $k'$ , u produženju polumjera Zemlje kao kugle, i t a n g e n c i j a l n u  $k''$ , tangecijalno na površinu u smjeru prema ekvatoru. Lako možemo vidjeti da su one po iznosu

$$k' = m R u^2 \cos^2 \varphi \quad \text{ i } \quad k'' = \frac{1}{2} m R u^2 \sin 2 \varphi. \quad (2-2,3)$$

Radijalna komponenta  $k'$  centrifugalne sile smanjuje iznos gravitacije i to najviše na ekvatoru ( $\varphi = 0^\circ$ ) a sve manje idući prema polovima.

Tangecijalna komponenta  $k''$  centrifugalne sile uzrokuje i licanje

masa prema ekvatoru i to je razlog spljoštenosti Zemlje. Zemlja u početku nije imala čvrstu koru a i danas u svojoj unutrašnjosti nije posve kruta, što je dovelo do njenog današnjeg oblika.

Oblik nebeskog tijela koje nije kruto i ne rotira i čija masa je homogena i u ravnoteži bio bi kugla, jer je tada gravitacija jedina sila koja djeluje a površina tijela mora biti okomita na tu silu. Tijelo pak koje rotira mora imati takav oblik ravnoteže, da je njegova površina okomita na r e z u l t a n t u gravitacije i centri fugalne sile. Kod Zemlje se rezultanta tih dviju sila zove s i l a t e Ź a ili kraće t e Ź a .

Prikažemo li gravitaciju u tački A vektorom  $\vec{K}$  a centrifugalnu silu vektorom  $\vec{k}$ , tada težu po veličini i smjeru prikazuje vektor  $\vec{P}$ , koji je jednak vektorskoj sumi oba naprijed spomenuta vektora (Sl.2-2,2). Teža općenito nije usmjerena prema središtu Zemlje; ona je u prvoj približnosti okomita na površinu Zemlje kao sferoida a stvarno je okomita na plohu geoida.

Akceleracija padanja tijela na Zemlji ne zavisi dakle samo o akceleraciji, koju bi mu dala gravitacija nego i o akceleraciji centrifugalne sile. Akceleraciju teže označujemo vektorom  $\vec{g}$  i srednja vrijednost njenog iznosa na Zemlji jest

$$g = 981 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (2-2,4)$$

Budući da jedinica za akceleraciju ima ime  $1 \text{ cm s}^{-2} = 1 \text{ gal}$ , srednja vrijednost akceleracije teže iznosi 981 gal. U geofizici se ona obično izrazuje u miligalima ( $1 \text{ mgl} = 10^{-3} \text{ gala}$ ).

### 2-3. Clairaut-ov teorem

Naprijed smo vidjeli da je posljedica rotacije Zemlje sila teža i spljoštenost Zemlje. Budući da je teža rezultanta gravitacije i centrifugalne sile od rotacije, mijenjat će se ona s geografskom širinom po iznosu i smjeru. Iznos joj je najmanji na ekvatoru a najveći na polovima i to iz ova dva razloga:

- centrifugalna sila je najveća na ekvatoru i suprotnog je smjera od gravitacije, tako da je njihova rezultanta (teža) ovdje najmanja. Povećanjem geografske širine centrifugalna sila se smanjuje što ima za posljedicu povećanje teže;
- zbog eliptičnog oblika Zemlje udaljenost od njenog središta do tačaka na njenoj površini u ekvatoru (ekvatorijalni polumjer) bit će najveća a s povećanjem geografske širine analogna udaljenost će se smanjivati i bit će najmanja na jednom drugom polu (polarni polumjer), tako da se gravitacija s povećanjem geografske širine mjesta povećava.

Oba uzroka djeluju u istom smislu pa se i iznos teže s povećanjem geografske širine povećava. Razlika ekvatorijalnog i polarnog polumjera iznosi oko 21 km a razlika akceleracije teže na ekvatoru i polu oko 5 gala.

Kod teže je moguće matematičkim izrazom prikazati zavisnost iznosa njene akceleracije o geografskoj širini i to na Zemlji kao sferoidu i ne uzimajući u obzir raspodjelu masa unutar nje.

1743. godine izveo je Clairaut uz spomenuti uvjet opći izraz za zavisnost akceleracije teže o geografskoj širini. Izraz glasi

$$g_{\varphi} = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi). \quad (2-3,1)$$

u kojem je  $g_{\varphi}$  akceleracija teže u geografskoj širini  $\varphi$ ,  $g_e$  akceleracija teže na ekvatoru a  $\beta$  koeficijent, koji je povezan sa spljoštenosti Zemlje  $\alpha$  izrazom

$$\beta = \frac{5}{2} \cdot q - \alpha. \quad (2-3,2)$$

Oba izraza poznata su pod imenom Clairaut - o v t e o r e m. Veličina  $q$  jest odnos centrifugalne akceleracije na ekvatoru ( $a u^2$ ) i akceleracije teže  $g_e$ , dakle  $q = \frac{a u^2}{g_e}$  ( $a$  je polumjer ekvatora,  $u$  kutna brzina rotacije Zemlje).

Značenje koeficijenta  $\beta$  daje nam ovo razmatranje: uvrstimo li redom u izraz (2-3,1)  $\varphi = 0^\circ$  i  $\varphi = 90^\circ$  dobijemo, ako označimo akceleraciju teže na polu s  $g_p$

$$\beta = \frac{g_p - g_e}{g_e} . \quad (2-3,3)$$

Iz tog izraza se vidi da koeficijent  $\beta$  predstavlja razliku akceleracije teže od ekvatora do pola u odnosu prema akceleraciji teže na ekvatoru. Za određivanje numeričke vrijednosti tog koeficijenta potrebno je izmjeriti akceleraciju teže na polu i ekvatoru.

Izraz (2-3,2) omogućuje zatim iz poznate vrijednosti koeficijenta  $\beta$  odrediti spljoštenost Zemlje  $\alpha$ .

#### 2-4. Mjerenje akceleracije teže

Mjerenje akceleracije teže svodi se na mjerenje akceleracije tijela koje slobodno pada. Zakone prostog pada utvrdio je Galilei oko 1580.godine a akceleraciju teže mjerio je dužinom puta, koji prevali tijelo koje slobodno pada u prvoj sekundi padanja. Prema zakonima za jednoliko ubrzano gibanje taj put  $s = \frac{1}{2} \cdot g$ . Naravno da su mjerenja akceleracije teže tim načinom i u to doba bila veoma gruba i netačna, jer se pri padu tijela nije mogao odstraniti otpor zraka, a i tačno mjerenje malih vremenskih razmaka bilo je nemoguće.

1673.godine utvrdio je Huygens zavisnost između perioda i dužine njihala. Označimo li sa  $S$  trajanje jednog njihaja njihala (polovina perioda) a sa  $l$  njegovu dužinu, tada za veoma male odklone od položaja ravnoteže vrijedi izraz

$$S = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \quad (2-4,1)$$

Uz spomenuti uvjet period njihala jest nezavisan o amplitudi (zakon izohronosti). To svojstvo njihala koristio je Huygens na

urama i time povećao tačnost mjerenja vremena. Izraz (2-4,1) koristio je za mjerenje akceleracije teže, čime je njeno određivanje sveo na mjerenje trajanja jednog njihaja kod njihala. Izmjeri li se veličina  $S$  i dužina  $l$  njihala, tada je akceleracija teže (prema formuli 2-4,1)

$$g = \pi^2 \frac{1}{S^2} . \quad (2-4,2)$$

Međutim izraz (2-4,1) vrijedi za tzv. m a t e m a t i č k o njihalo. To je fiktivno njihalo, kod kojeg bi materijalna tačka (beskonačno mala masa) bila obješena na nit bez težine. Naime pod takvim uvjetima je izvedena formula (2-4,1). Stoga primjena tog izraza na f i z i k a l n o njihalo, s kojim se u praksi i iz - vode mjerenja, daje neadvekvatne rezultate.

Od 1691. do 1726. godine razvili su braća Bernoulli potpunu teoriju fizikalnog njihala i uveli pojam reducirane d u ž i n e fizikalnog njihala. Trajanje jednog njihaja fizikalnog njihala može<sup>se</sup> izraziti analogno izrazu (2-4,1)

$$S = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}} , \quad (2-4,3)$$

gdje je  $\lambda$  reducirana dužina fizikalnog njihala. To je dužina koju bi moralo imati matematičko njihalo pa da ima jednako trajanje jednog njihaja kao dotično fizikalno njihalo. Reducirana dužina fizikalnog njihala zavisi o momentu ustrajnosti  $I$  mase njihala s obzirom na os njihala, zatim o masi  $m$  njihala i udaljenosti  $l$  težišta od objesišta prema izrazu

$$\lambda = \frac{I}{m l} . \quad (2-4,4)$$

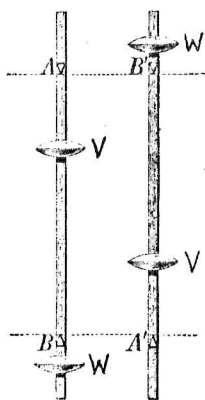
Njihalo se pokazalo kao najjednostavniji, najbolji i najtačniji instrument za mjerenje akceleracije teže, pa se ono i danas

koristi za tu svrhu. Početna mjerenja izvodila su se određivanjem duljine  $L$  tzv. sekundnog njihala (vrijeme jednog njihaja iznosi 1 sekundu), tako da je akceleracija teže u tom slučaju

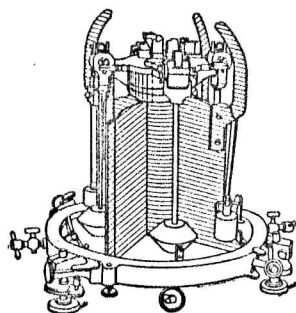
$$g = \pi^2 L .$$

Naravno da veličina  $L$  pri tom treba biti reducirana dužina fizikalnog njihala s kojim se mjerenje izvodi. Budući da je veličine koje dolaze u izrazu (2-4,4) veoma teško i složeno odrediti s odgovarajućom tačnošću, nije se kod sekundnog njihala koristila reducirana dužina nego se je nastojalo, njihalo s kojim se mjerilo, što više približiti matematičkom njihalu (mali uteg na laganoj niti) uvodeći pri tom potrebne korekcije za težinu niti i njenu gipkost u objesištu.

1811.godine uveo je njem.astronom J.Bohnenberger princip reverzionog njihala, koje je nezavisno od njega prvi konstruirao engl.fizičar Kater 1818.godine.



Sl. 2 - 4,1.Reverziono njihalo.



Sl. 2 - 4,2.Sterneckova njihala.

Princip reverzionog njihala jest u tome što ono treba biti tako građeno da može njihati jednom oko jednog objesišta a zatim u obrnutom položaju oko drugog objesišta. Kad je trajanje jednog njihaja u oba položaja jednako (jednaki periodi), tada je - na osnovu dokazanog svojstva fizikalnog njihala - geometrijska dužina između oba objesišta jednaka njegovoj reduciranoj dužini. Akceleracija  $g$  teže odredi se tim njihalom prema formuli (2-4,2) u kojoj se za  $l$  uvrsti dužina između oba objesišta a za  $S$  izmjereno vrijeme trajanja jednog njihaja njihala.

Sl.2-4,1 prikazuje Katerovo njihalo. A i B su prizme (noži) na čijim oštrocama može njihalo njihati u dva položaja. Te oštrice su objesišta a razmak među njima je reducirana dužina, kad je period njihanja oko jedne i druge oštrice izjednačen. V i W su dva utega od kojih se uteg V može pomicati mikrometarskim vijkom tako dugo, dok se ne postigne izjednačenje perioda. W je glavni uteg koji služi da težište cijelog njihala bude izvan sredine njihala.

Mjerenja akceleracije teže Katerovim njihalom izvodila su se početkom 19.stoljeća u Londonu. Samo mjerenje traje dulje vremena, pa su se uzimale korekcije za širenje njihala zbog promjene temperature, zatim korekcija za gubitak težine njihala budući da se ono nalazi u uzduhu (Arhimedov zakon) a period je reduciran na veoma male amplitude, jer pod tim uvjetom vrijedi formula (2-4,1). Trajanje jednog njihaja mjerilo se je metodom upoređenja s urom njihalicom. Mjerenja Katerovim njihalom dala su za London vrijednost  $g = 981,166$  gala.

Međutim kasnija mjerenja savršenijim reverzionim njihalom dala su za London

$$g = 981,197 \text{ gala.}$$

Razlika se objašnjava time, što se ranije nije uzimalo u obzir dovoljno tačno utjecaj otpora zraka, zatim nije bila uzeta u obzir korekcija zbog njihanja stativa, na kojem je njihalo njihalo

i Kater nije raspolagao dovoljno tačnim uređajem za mjerenje dužine (tačnosti od 1 mgl u akceleraciji teže odgovara tačnost izmjerene reducirane dužine na 1 mikron).

Katerovo njihalo imalo je i drugih nedostataka. Nije bilo simetrično a i oštrice prizama nisu bile tačno jednako izrađene, tako da njihalo nije u oba položaja njihalo pod jednakim uvjetima. Zbog toga konstruiran je drugi tip reverzionog njihala kod kojeg su se spomenuti nedostaci mogli svesti na minimum.

Naprijed izloženo mjerenje akceleracije teže je apsolutno i kako smo vidjeli povezano je s velikim poteškoćama. Zadovoljavajuća tačnost dobije se samo kod velikog niza mjerenja i detaljnom istraživanju svih okolnosti, koje mogu utjecati da izmjerena akceleracija ne bi odgovarala akceleraciji padanja tijela u vakuumu. Stoga se apsolutna mjerenja akceleracije teže na svijetu izvode samo na nekim institutima, na pr. na Geodetskom institutu u Potsdamu, Lenjingradu, Nacionalnom birou za mjere i standarde u Washingtonu itd.

Za premjere i mjerenja na terenu koriste se relativna mjerenja kojima se određuju razlike akceleracije teže između pojedinih mjesta. Za relativno mjerenje služe njihala (obična, ne reverzionna) i gravimetri.

Princip relativnog mjerenja akceleracije teže njihalom sastoji se u tome, da se istim njihalom mjeri trajanje jednog njihaja na dva mjesta od kojih je na jednom apsolutna vrijednost  $g$  poznata. Neka je na tom mjestu akceleracija teže  $g_1$  a trajanje jednog njihaja  $S_1$ . Ako je reducirana dužina njihala  $\lambda$  tada na tom mjestu vrijedi

$$S_1 = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g_1}}.$$



Na mjestu s akceleracijom teže  $g_2$  bit će trajanje jednog njihaja istog njihala  $S_2$  pa je

$$S_2 = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g_2}}.$$

Kvadriramo obje jednačbe i razdijelimo prvu s drugom dobivamo

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{S_1^2}{S_2^2} \quad \text{i} \quad g_2 = \frac{S_1^2}{S_2^2} g_1, \quad (2-4,5)$$

uz uvjet, da je reducirana dužina njihala kod jednog i drugog mjerenja bila jednaka. Akceleracije teže na oba mjesta obrnuto su proporcionalne kvadratima trajanja jednog njihaja istog njihala na jednom i drugom mjestu.

Osnovno je pri tom mjerenju kontrolirati konstantnost reducirane dužine, budući da se ona prilikom transporta njihala može promijeniti. Stoga se za ta mjerenja koristi instrument s više njihala, kojeg je konstruirao krajem prošlog stoljeća austr. geodet R. Sterneck a usavršio njem. mehaničar Stückerat (Sl. 2-4,2). Konstantnost veličine  $\lambda$  kontrolira se također i specijalnom tehnikom mjerenja.

Za relativna mjerenja akceleracije teže služe danas gravimetri. Postoji nekoliko principa a ovdje ćemo prikazati onaj, kod kojeg za mjerenje služi masa obješena na oprugi.

Težina tijela konstantne mase  $m$  mijenja se s promjenom akceleracije teže. Ako ta masa visi na oprugi, promjene njene težine imat će za posljedicu promjene dužine opruge pa se mjerenje promjena akceleracije teže svodi na mjerenje promjena dužine opruge.

Označimo li sa  $x_0$  dužinu opruge na kojoj još ne visi masa  $m$  a sa  $x$  dužinu opruge, kad se na nju objesi masa, tada vrijedi relacija

$$mg = c(x - x_0), \quad (2-4,6)$$

gdje je  $c$  konstanta, čija numerička vrijednost daje veličinu sile potrebnu da se dužina opruge promijeni za jedinicu.

Relativno mjerenje akceleracije teže tim gravimetrom osniva se na ovom:

- na mjestu gdje je akceleracija teže  $g_1$  dužina opterećene opruge neka je  $x_1$ , pa vrijedi

$$mg_1 = c(x_1 - x_0);$$

- na mjestu gdje je akceleracija teže  $g_2$  dužina opterećene opruge neka je  $x_2$ , pa vrijedi

$$mg_2 = c(x_2 - x_0).$$

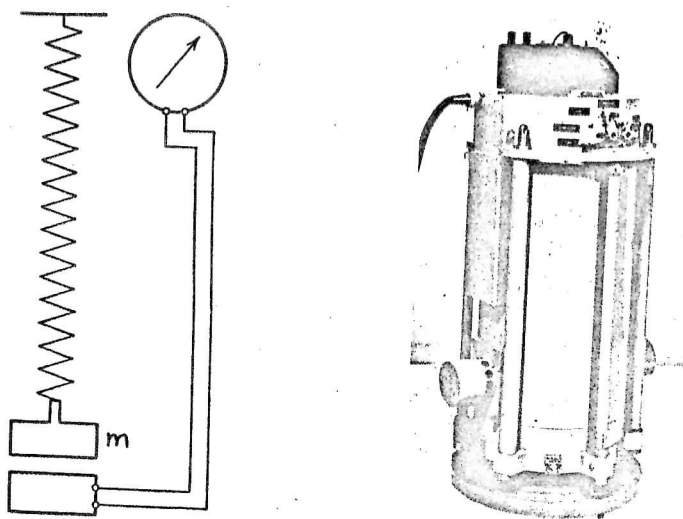
Odbijemo li drugu jednadžbu od prve i označimo li razliku

$$g_1 - g_2 = \Delta g \quad \text{i} \quad x_1 - x_2 = \Delta x \quad \text{dobivamo}$$

$$\Delta g = \frac{c}{m} \Delta x \quad \text{odn.} \quad \Delta g = C \Delta x, \quad (2-4,7)$$

gdje konstanta  $C$  daje numeričku vrijednost sile pro jedinicu dužine i mase. Izraz (2-4,7) nije potpuno ispravan. Produkt  $cx_0$  ne bi se smio ukinuti jer dužina neopterećene opruge  $x_0$  na oba mjesta nije jednaka. Ta pogreška nije velika a osim toga potrebno je odrediti konstantu  $C$  što znači da gravimetar treba baždariti.

Na prvi pogled izgleda veoma jednostavno objesiti masu na oprugu i mjeriti promjene dužine uzrokovane promjenama akceleracije teže. Ali pogledajmo koja se osjetljivost pri tom traži. Promjene akceleracije teže potrebno je odrediti s tačnosti na 0,1 mgl ili na nekoliko stotnina miligala. Izmjeriti promjenu akceleracije teže na 0,1 mgl znači izmjeriti  $10^{-7}$  dio ukupne nje-  
ne vrijednosti.



Sl.2 - 4,3. Graaf-ov gravimeter.

Pretpostavimo da je masa  $m$  rastegnula oprugu na dužinu od 30 cm. Rastezanje opruge potječe od akceleracije teže na masu. Promjena akceleracije teže za  $10^{-7}$  njen dio uzrokovat će promjenu dužine opruge za  $30 \cdot 10^{-7}$  cm. Dakle gravimetrom treba utvrditi promjene dužine reda veličine  $10^{-1}$  dužine vala pojedinih linija u spektru svjetlosti (interferometri to određuju do  $5 \cdot 10^{-5}$  cm). U gravimetrima se za to koriste mnogi novootkriveni efekti u fizici, na pr. fotoelektrički efekt itd.

Konačno gravimeter treba da je zaštićen od promjena tlaka zraka, promjena temperature, magnetizma Zemlje i ostalih faktora, jer u protivnom oni uzrokuju veće promjene dužine opruge nego same promjene akceleracije teže ( vidi Sl.2-4,3).

#### 2-5. Redukcija mjerenih vrijednosti akceleracije teže

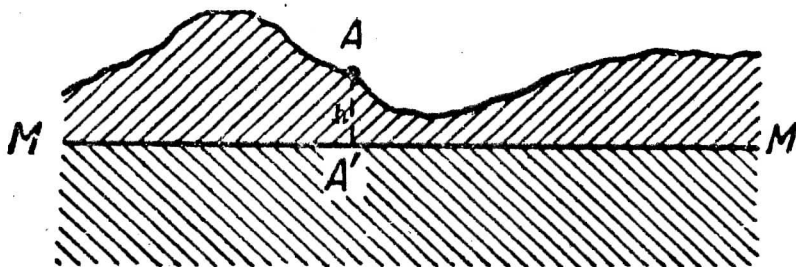
Svrha mjerenja akceleracije teže u geofizici jest dobivanje njene prostorne raspodjele. Raspodjela se prikazuje na geografskoj karti linijama, koje spajaju mjesta jednake akceleracije teže tzv. *izogala* (ime izogala prema jedinici gal). Iz poznate raspodjele izvode se zaključci o stanju, gustoći i raspodjeli mase u unutrašnjosti Zemlje i određuju undulacije geoida. Mjerenja akceleracije teže izvode se na fizičkoj površini Zemlje tj. na

mjestima s različitim nadmorskim visinama i različitom topografijom okolnog terena, dakle s različitom raspodjelom masa iznad geoida. To su sve elementi koji utječu na iznos i smjer akceleracije teže i rezultat djelovanja tih površinskih masa treba iz mjerenih vrijednosti eliminirati, da bi se iz njih moglo zaključivati o stanju i raspodjeli masa ispod površine. Kad te površinske faktore ne bi uzeli u obzir, oni bi mogli sakriti baš one efekte ispod površine, koje želimo otkriti.

Izmjerene vrijednosti akceleracije teže reduciraju se općenito na geoid tj. na srednju razinu mora i to onu, kojom je definirana normalna nula. Redukcija izmjerenih vrijednosti iznosa akceleracije teže na geoid za mjesta na kopnu sastoji se iz tri dijela, koji se zovu korekcije, i to:

- a) korekcija za visinu,
- b) Bouguer-ova korekcija i
- c) topografska korekcija.

ad a). Kod k o r e k c i j e z a v i s i n u stanice pretpostavlja se da je između srednje razine mora i stanice vakuum. Osim toga dovoljno je tačno raspolagati s iznosom korekcije, koja se izvede uz uvjet, da je Zemlja kugla mase  $M$  i polumjera  $R$  a djelovanje centrifugalne sile od rotacije se zanemaruje.



Sl. 2 - 5,1

Zamislamo da je mjerenje akceleracije teže izvršeno u tački A koja se nalazi na fizičkoj površini Zemlje u nadmorskoj visini h (Sl.2-5,1). Njena projekcija duž vertikalne na geoid M-M jest tačka A'. Uz naprijed spomenute pretpostavke razlika akceleracije teže  $\delta_1 g$  od tačke A' do tačke A svodit će se na razliku gravitacije u te dvije tačke. Budući da akceleracija gravitacije u tački A' iznosi  $G \frac{M}{R^2}$  a u tački A  $G \frac{M}{(R+h)^2}$  (dakle manja) bit će razlika

$$\delta_1 g = GM \left[ \frac{1}{R^2} - \frac{1}{(R+h)^2} \right] \doteq 2 \frac{g}{R} h, \quad (2-5,1)$$

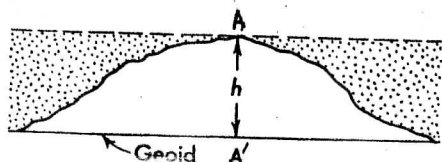
gdje za  $g = G \frac{M}{R^2}$  treba uvrstiti srednju vrijednost akceleracije teže na površini sferoida. Uzmemo li za tu vrijednost iznos od 979,77 gala a za srednji polumjer Zemlje 6371200 m tada vrijednost koeficijenta  $2 \frac{g}{R}$  iznosi 0,0003086 pa je

$$\delta_1 g = 0,3086 \cdot h \text{ mgl.} \quad (2-5,2)$$

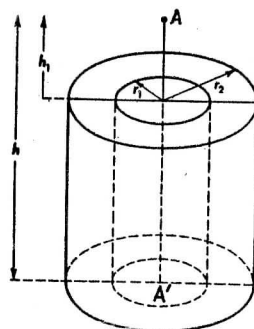
Opadanje akceleracije teže visinom iznosi 0,3086  $\doteq$  0,3 miligala za jedan metar. Kod tačnosti mjerenja akceleracije teže na 1 mgl potrebno je poznavati visinu stanice s tačnošću na 3 m, da bi se postigla analogna tačnost kod redukcije.

Za tačke s pozitivnim nadmorskim visinama, mjerenim vrijednostima akceleracije teže treba tu korekciju dati i obratno. Korekcija za visinu stanice određena uz spomenuta pojednostavljenja zove se također Helmertova ili Faye-ova korekcija.

ad b). B o u g u e r - o v a k o r e k c i j a uzima u obzir privlačno djelovanje materije između geoida i horizontalne razine kroz tačku A. Time nije uzeta u obzir konfiguracija terena oko tačke A nego se pretpostavlja da taj sloj ima svuda debljinu h tj. nadmorske visine stanice (Sl.2-5,2).



Sl. 2 - 5,2



Sl. 2 - 5,3

Izvođenje izraza za vertikalnu komponentu privlačenja tog međusloja u tački A (nadmorska visina  $h$ ) svodi se na određivanje vertikalne komponente privlačenja mase koja se nalazi u cilindričnom sloju debljine  $r_2 - r_1$  a visine  $h - h_1$  (Sl.2-5,3). Može se pokazati da za vertikalnu komponentu  $Z$  privlačenja te mase u tački A vrijedi izraz

$$Z = 2\pi GD \left( \sqrt{r_1^2 + h^2} - \sqrt{r_1^2 - h_1^2} - \sqrt{r_2^2 + h^2} + \sqrt{r_2^2 + h_1^2} \right) \quad (2-5,3)$$

gdje je  $D$  gustoća te površinske materije a  $G$  gravitaciona konstanta.

Kod Bouguer-ove korekcije uzimamo da se tačka A nalazi na gornjoj granici sloja ( $h_1=0$ ), sloj je beskonačnog prostiranja ( $r_2=\infty$ ) i potpuno ispunjava prostor između geoida i horizontalne razine kroz tačku A ( $r_1=0$ ). Tada se za vertikalnu komponentu  $Z_{\text{Boug.}}$  privlačenja iz izraza (2-5,3) dobiva

$$Z_{\text{Boug.}} = 2\pi GD h.$$

Budući da je  $g = G \frac{M}{R^2} = \frac{4}{3} \pi GR D_m$ , gdje je  $D_m$  srednja gustoća a  $R$  srednji polumjer Zemlje, to će prednji izraz glasiti i

$$Z_{\text{Boug}} = \frac{3}{2} \frac{D}{D_m R} \cdot g \cdot h, \quad (2-5,4)$$

gdje je  $h$  nadmorska visina stanice (tačka A). Iznos koeficijenta  $\frac{3}{2} \frac{\gamma}{RD}$  odredimo s ovim vrijednostima:  $\gamma = 979,77$  gala,  $R = 6371200$  m i  $D_m = 5,52$  tako da je iznos  $\sigma_2 g$  Bouguer-ove korekcije

$$\sigma_2 g = 0,0418 \cdot D \cdot h \text{ mgl}.$$

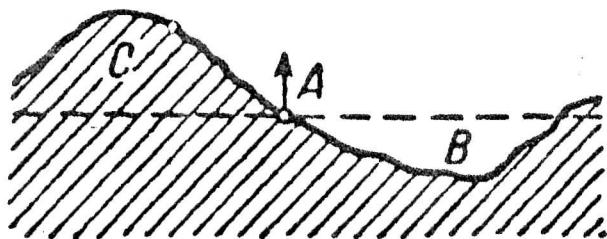
Kako vidimo iznos Bouguer-ove korekcije zavisi o gustoći  $D$  materije od koje je sastavljen dotični međusloj. Za pojedine gustoće  $D$  iznos koeficijenta  $0,0418 D$  jest:

|            |       |       |       |       |                       |
|------------|-------|-------|-------|-------|-----------------------|
| $D$        | 2,5   | 2,6   | 2,7   | 2,8   | $g \text{ cm}^{-3}$   |
| $0,0418 D$ | 0,105 | 0,109 | 0,113 | 0,117 | $\text{mgl m}^{-1}$ . |

Ako je nadmorska visina stanice pozitivna, Bouguer-ovu korekciju treba od izmjerene vrijednosti teže o d b i t i, jer su one u odnosu na geoid uvećane za privlačno djelovanje spomenute mase i obratno.

Usporedi li se ta korekcija s korekcijom za visinu stanice vidi se, da privlačenje međusloja iznosi približno jednu trećinu korekcije za visinu i ima protivan predznak.

ad c). T o p o g r a f s k o m k o r e k c i j o m uzima se pri redukciji u obzir privlačno djelovanje okolnih masa iznad razine stanice (brijegovi) i manjak mase u okolici ispod razine stanice (doline). Drugim riječima ta korekcija uzima u obzir topografiju terena u odnosu prema horizontalnoj razini kroz mjesto mjerenja, do koje se računa privlačno djelovanje materije međusloja kod Bouguer-ove korekcije.



U tački A (Sl.2-5,4) privlačno djelovanje brijega C ima komponentu usmjerenu prema gore, što znači da će zbog toga vrijednosti akceleracije teže biti smanjene za iznos privlačnog djelovanja njegove mase. Budući da taj utjecaj treba ukloniti, izmjerene vrijednosti akceleracije teže treba za odgovarajući iznos p o v e ć a t i .

S druge strane tačke A nalazi se dolina B. Kod Bouguer-ove korekcije pretpostavljeno je da je ona ispunjena masom, dok u stvarnosti nije. Time su Bouguer-ovom korekcijom izmjerene vrijednosti akceleracije teže suviše smanjene, pa ih treba za iznos privlačnog djelovanja materije, koja bi ispunjavala tu dolinu p o v e ć a t i .

Prema tome topografsku korekciju treba izmjerenim vrijednostima akceleracije teže uvijek d o d a t i bez obzira da li je fizička površina okolnog terena iznad ili ispod razine stanice na kojoj je izvršeno mjerenje.

Za određivanje topografske korekcije potrebno je imati detaljnu geografsku kartu okolice tačke na kojoj je izvršeno mjerenje. Iz tačke mjerenja kao središta opišu se kružnice s polumjerima koji u području s jako izraženim reljefom tla iznose

$$r_i = 0,5; 1; 1,5; 2; 3; 4; 6; 8; 11 \text{ i } 15 \text{ km,}$$

gdje je  $i = 0, 1, 2 \dots 10$  i znači redni broj kružnice brojeći ih od tačke A prema van. Time je dobiveno devet prstenastih zona od kojih se svaka simetralama sa središnjim kutom u tački A od po  $45^\circ$  razdijeli na 8 sektora.

Zatim je potrebno odrediti srednju visinu  $\bar{h}_s$  svakog sektora i to u odnosu prema razini kroz tačku A. Iznos korekcije odredi se prema formuli (2-5,3) u kojoj je sada  $h_1 = 0$ ,  $h = \bar{h}_s$ ,  $r_i$  vanjski a  $r_{i-1}$  unutarnji polumjer zone a  $n$  broj sektora u svakoj zoni (u ovom slučaju  $n = 8$ ). Iznos topografske korekcije  $\sigma_3^g$  bit će

$$\sigma_3^g = \frac{2\pi}{n} \text{ GD} \left( \sqrt{r_{i-1}^2 + \bar{h}_s^2} - \sqrt{r_i^2 + \bar{h}_s^2} + r_i - r_{i-1} \right) \quad (2-5,5)$$



Kako je već spomenuto korekcija se dodaje bez obzira da li je srednja visina  $\bar{h}_s$  pozitivna ili negativna.

#### 2-6. Normalne vrijednosti akceleracije teže

U poglavlju 2-3 prikazan je opći oblik zakona za promjenu akceleracije teže s geografskom širinom (Clairaut-ov teorem). Ako su poznate numeričke vrijednosti za  $g_e$  i koeficijent  $\beta$  tada se može dati i izraz za te promjene. Spomenuti zakon ne uzima u obzir raspodjelu masa u unutrašnjosti Zemlje i pretpostavlja da Zemlja ima oblik sferoida pa se i vrijednosti akceleracije teže koje on daje zovu *n o r m a l n e v r i j e d n o s t i* i označuju sa  $g_0$ .

Za određivanje numeričkih vrijednosti  $g_e$  i koeficijenta  $\beta$  nije *mužno* mjeriti akceleraciju teže na polu i ekvatoru. U principu dovoljno ih je izmjeriti na dva mjesta s različitim geografskim širinama. Ako su u geografskim širinama  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$  izmjerene i reducirane vrijednosti akceleracije teže  $g_1$  i  $g_2$  tada vrijedi

$$\begin{aligned} g_1 &= g_e (1 + \sin^2 \varphi_1) \\ g_2 &= g_e (1 + \sin^2 \varphi_2). \end{aligned}$$

Time raspoložemo s dvije jednačbe s nepoznanicama  $g_e$  i  $\beta$  koje se mogu lako izračunati.

1884.godine odredio je Helmert formulu za normalne vrijednosti akceleracije teže prema rezultatima mjerenja na 122 tačke na Zemlji. Za dobivanje realnih normalnih vrijednosti potrebno je raspolagati s većim brojem mjerenja (više nego dva), jer se tada može provesti postupak izravnanja i time smanjiti utjecaj pogrešaka mjerenja. Osim toga za tu svrhu treba koristiti mjerenja na mjestima na kojima vrijednosti akceleracije teže nisu poremećene lokalnim nepravilnostima u raspodjeli masa. To znači da se ne uzimaju u obzir mjerenja izvršena u bližoj okolini velikih pla-

nina i gorja, u dubokim dolinama, uz obale mora itd. Helmertove vrijednosti za  $g_e$  i  $\beta$  jesu

$$g_e = 977,997 \text{ gala}, \beta = 0,005310,$$

tako da njegova formula glasi

$$g_o = 977,997 (1 + 0,005310 \sin^2 \varphi).$$

Koriste li se te vrijednosti za određivanje spljošnosti  $\alpha$  Zemlje, tada je prema izrazu (2-3,2) uz  $\frac{5}{2} q = 0,008670$

$$\alpha = \frac{1}{297,6} = 0,003360.$$

Godine 1901. daje Helmer novu formulu za normalne vrijednosti akceleracije teže na osnovu rezultata mjerenja na 1603 mjesta na Zemlji a osim toga koristi prošireni Clairaut-ov teorem koji glasi

$$g_o = g_e (1 + \beta \sin^2 \varphi - \beta_1 \sin^2 2 \varphi)$$

tj. sadrži i male veličine drugog reda uz koje dolazi još koeficijent  $\beta_1$ . Helmerova formula jest

$$g_o = 978,046 (1 + 0,005302 \sin^2 \varphi - 0,00007 \sin^2 2 \varphi).$$

Danas postoji mnogo formula za normalne vrijednosti akceleracije teže, koje se u numeričkim vrijednostima koeficijenata i veličine  $g_e$  malo razlikuju. Da bi svi koristili istu formulu međunarodni kongres geodeta i geofizičara u Stockholmu 1930.godine dao je "internacionalnu" formulu

$$g_o = 978,049 (1 + 0,0052884 \sin^2 \varphi - 0,000059 \sin^2 2 \varphi).$$

Formula je izvedena za sferoid izvan kojeg nema masa, koeficijenti  $\beta$  i  $\beta_1$  određeni su teoretskim putom za sferoid s spljoštenošću  $\alpha = \frac{1}{297}$  a veličina  $g_e = 978,049$  određena je mjerenjem. Normalne vrijednosti akceleracije teže dane su i u tablicama za po svakih 10' geografske širine.

Ukoliko je potrebno izvršiti redukciju izmjerenih vrijednosti akceleracije teže zbog njenog povećanja s geografskom širinom, tada se za to koriste normalne vrijednosti.

## 2-7. Polje teže

Da bi jedno tijelo djelovalo na drugo silom, nije uvijek potrebno da se tijela među sobom dotiču. Vidjeli smo to kod gravitacije gdje postoji uzajamno privlačno djelovanje jednog tijela na drugo (tijela su prostorno rastavljena) a to se zove djelovanje na daljinu između tijela. Ne možemo ulaziti u detaljno objašnjenje djelovanja te vrste, jedino ćemo reći da je prazan prostor (vakuum) nosilac raznih fizikalnih svojstava odn. vakuum je u stanju poprimiti različita fizikalna stanja, koja omogućuju spomenuto djelovanje.

Prostor u kome na tijela djeluju sile zove se **p o l j e s i l e** ili **p o l j e**.

Na pr. oko Zemlje postoji **p o l j e t e ž e**. U tom polju na svaku masu djeluje Zemlja privlačnom silom. Oko Zemlje postoji magnetsko polje koje djeluje na svaki magnet privlačnom ili odbojnom silom a također i električno polje, čije djelovanje se očituje na električnim nabojima.

Djelovanje polja očituje se u iznosu i smjeru sile koja djeluje na tijelo u pojedinim tačkama prostora. Da bi polje djelovalo na tijelo, mora tijelo biti **n o s i l a c** određenog svojstva, koje je karakteristično za dotično polje. Kod polja teže je to svojstvo njegova teška masa, u magnetskom polju tijelo treba biti magnet a u električnom polju tijelo mora imati električni naboj.

Označimo spomenuto karakteristično svojstvo sa  $w$ . Što je veći iznos veličine  $w$  to će i polje na tijelo djelovati većom silom  $\vec{k}$ , tako da vrijede relacije

$$\vec{k} = w \vec{F} \quad \text{odn.} \quad \frac{\vec{k}}{w} = \vec{F}. \quad (2-7,1)$$

Vektor  $\vec{F}$  zove se j a k o s t p o l j a u određenoj tački prostora. To je sila kojom polje djeluje na tijelo koje ima svojstvo  $w$  veličine jedan. Jakost polja teže jest sila kojom polje djeluje na masu od 1 grama; jakost magnetskog polja je sila kojom ono djeluje na magnetski pol (množinu magnetizma) jedan, itd. Polje je potpuno poznato kad je u svakoj tački prostora poznata njegova jakost.

Kako je već spomenuto u polju teže karakteristično svojstvo  $w$  tijela je njegova teška masa, koju ćemo označiti s  $m'$  pa vrijedi

$$\vec{k} = m' \vec{F} .$$

Ali u polju teže sva tijela imaju jednaku akceleraciju padanja  $\vec{g}$  tako da također vrijedi i jednačica

$$\vec{k} = m \vec{g} ,$$

gdje je  $m$  troma masa tijela. Budući da je u polju teže  $m = m'$  to je također

$$\vec{F} = \vec{g} , \quad (2-7,2)$$

što znači da je akceleracija teže identična s jakosti polja teže.

To je specijalno svojstvo polja teže koje slijedi iz jednakosti teške i tromе mase. Kod drugih polja jakost polja i akceleracija nisu identične veličine.

Ploha koja je u svakoj svojoj tački okomita na smjer teže zove se n i v o p l o h a . Duž jedne tako definirane plohe teža ne može vršiti radnju niti se duž takve plohe vrši radnja protiv djelovanja teže. U polju teže nivo ploha ima neizmјerno mnogo a ona nivo ploha koja se podudara s mirnom površinom oceana predstavlja dio geoida. Dakle ploha geoida jest nivo ploha koja se praktički podudara sa srednjom razinom mora.

Pojam nivo plohe nalazimo kod proučavanja svojstava tekućina. Masa tekućine u posudi ako je samo pod utjecajem teže ima tzv.

slobodnu površinu, koja je okomita na smjer teže i ona je horizontalna. Kad površina tekućine nije okomita na smjer teže, tada ta sila ima jednu komponentu duž površine i tekućina se giba tako dugo, dok njena masa ne zauzme položaj u kojem spomenuta komponenta teže ne postoji. Takvo stanje zove se stanje ravnoteže.

Kad bi masa Zemlje bila homogena i u tekućem ili plastičnom stanju, tada bi prema zakonima hidrostatike njena površina bila nivo ploha a Zemlja kugla. Uzmemo li u obzir rotaciju Zemlje a njemu masu da je homogena, nivo ploha njene površine bila bi rotacioni elipsoid. Uzevši u obzir nehomogenost njene mase nivo ploha njene površine imala bi oblik tijela za koje je uobičajen naziv nivosferoid. Uzimajući u obzir još i nepravilnu raspodjelu masa uz fizičku površinu Zemlje tada dolazimo do nivo plohe geoida. Sferoid je pak ploha koja je svuda okomita na normalne vrijednosti teže a izvodi se iz spljoštenosti Zemlje i bez obzira na raspodjelu masa (elipsoid referencije).

## 2-8. Anomalije teže

Pod anomalijom teže smatra se razlika između izmjerene i normalne vrijednosti iznosa akceleracije teže. Bitno je kod te razlike da se izmjerene i normalne vrijednosti odnose na isti nivo. Spomenuti nivo izabere se prema istraživanju za koje će se one koristiti. Općenito se kod anomalije teže izmjerene vrijednosti akceleracije teže reduciraju na geoid i od tako dobivenih vrijednosti odbiju normalne vrijednosti. Označimo li anomaliju teže sa  $\Delta g$  tada je anomalija

$$g_{\text{izmjereno}} + \text{Faye-ova kor.} - \text{Boug.kor.} + \text{topogr.kor.} - \gamma_0 = \Delta g,$$

gdje je  $\gamma_0$  normalna vrijednost akceleracije teže na sferoidu u geografskoj širini stanice (mjestu mjerenja). Vidimo da su kod te anomalije izmjerene vrijednosti akceleracije teže reducirane na

geoid a normalne se odnose na sferoid, dakle jedne i druge vrijednosti odnose se u principu na različite razine, pa se takva anomalija zove *složena* za razliku od *čiste*, kod koje bi trebalo da se uporeduju mjerene i normalne vrijednosti reducirane na isti nivo. Čiste anomalije se međutim ne izvode nego se u praksi primjenjuju složene anomalije a u zadacima u kojima treba uzeti u obzir spomenutu razliku nivoa primjenjuje se poseban postupak.

Prostorna raspodjela anomalija teže prikazuje se na geografskoj karti i *zanomalamama* teže a to su linije koje spajaju mjesta jednakih anomalija.

Anomalije teže potječu od horizontalnih promjena gustoće stijena zemljine kore. To znači da anomalija teže može postojati ako stijene različitih gustoća leže jedna pored druge a ne jedna ispod druge. Geološka struktura kod koje postoji nagib među slojevima različite gustoće također uzrokuje anomaliju teže. Veličina anomalije zavisi o diferenciji gustoće slojeva te o veličini i obliku geološkog poremećaja. Ukoliko nema razlike u gustoći ne može doći ni do anomalija.

Dajemo podatke o prosječnim gustoćama nekih stijena:

|                        |                              |
|------------------------|------------------------------|
| - neskručeni sedimenti | 1,8 - 2,3 g.cm <sup>-3</sup> |
| - pješčar              | 2,0 - 2,5 "                  |
| - sol                  | 2,2 "                        |
| - vapnenac             | 2,5 - 2,9 "                  |
| - granit               | 2,6 - 2,8 "                  |
| - basalt               | 3,0 "                        |

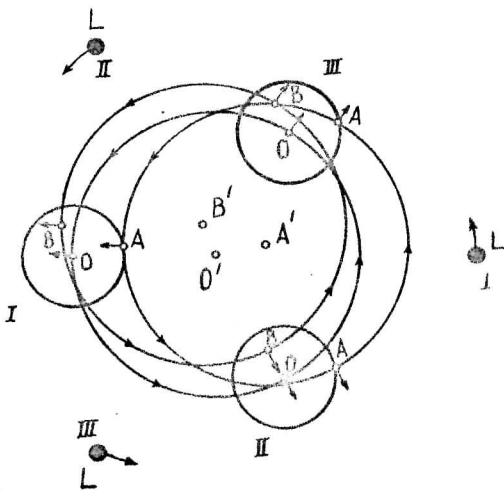
## 2-9. Revolucija

Pod *revolucijom* smatra se gibanje nebeskih tijela Sunčevog sistema (Sunca, Mjeseca, planeta itd.) oko zajedničkog težišta.

Zemlja je jedan od planeta i ona - pored rotacije oko vlastite osi - izvodi također kružno gibanje oko Sunca (revoluciju). Posljedica njene rotacije jest prividno dnevno gibanje Sunca oko Zemlje (izmjena dana i noći) a gibanja Zemlje oko Sunca - zbog nagiba zemljine osi prema ravnini te putanje od  $23,5^\circ$  - izmjena godišnjih doba.

Posljedice rotacije Zemlje oko njene osi opisali smo u poglavlju (2-2) i utvrdili da centrifugalna sila koja potječe od rotacije Zemlje nije u svim tačkama njene površine jednaka.

Kod gibanja tijela oko zajedničkog težišta dolazi u tačkama svih tijela - koja u tom gibanju sudjeluju - do izražaja centrifugalna sila, ali koja potječe od revolucije. Zbog jednostavnosti objasniti ćemo mehanizam tog gibanja na revoluciji dva tijela, na pr. Zemlje i Mjeseca uz pretpostavku, da su oba tijela oblika kugle a njihove putanje u tom gibanju kružnice.



Sl. 2 - 9,1

U sl.2-9,1 veće tijelo je Zemlja a manje tijelo L je Mjesec. Revolucija ta dva tijela znači njihovo gibanje oko zajedničkog težišta, koje neka bude u tački  $O'$  (zajedničko težište sistema Zemlja-Mjesec zapravo se nalazi unutar Zemlje, jer je udaljeno za

$\frac{3}{4}$  njenog polumjera od središta O Zemlje prema Mjesecu). Kako bi se mogla razmotriti samo revolucija, nužno je zanemariti rotaciju Zemlje oko njene osi.

Osnovna karakteristika revolucije jest ta, što su za vrijeme tog kružnog gibanja smjerovi između pojedinih tačaka istog tijela stalni u prostoru. Sl.2-9,1 prikazuje tri položaja revolucije sistema Zemlja-Mjesec i to položaje I-I, II-II, i III-III. Vidimo da su kod Zemlje smjerovi među njenim tačkama O, A i B u sva tri položaja u prostoru isti. To znači da kod tog kružnog gibanja oba tijela zadržavaju svoju orijentaciju u prostoru, dakle izvode translaciju.

Opisano kružno gibanje moguće je samo na taj način da sve tačke Zemlje opisuju kružnice jednako g polumjera sistom fazom ali oko različitih središta. Na pr. središte Zemlje O izvodi kružno gibanje oko fiktivnog središta O' (tačka O' je ujedno i težište sistema a težište jest fiktivna tačka), tačka A oko fiktivnog središta A', tačka B oko središta B' itd. Međusobni položaj središta analogan je položaju odgovarajućih tačaka Zemlje, pa su i polumjeri tih putanja (kružnica) jednaki, tj.  $OO' = AA' = BB' = a_1$ . Tačke Mjeseca izvode analogno kružno gibanje s polumjerom  $O'L = a_2$ .

Budući da centrifugalna sila zavisi o polumjeru kružnog gibanja a oni su pri revoluciji za svaku tačku Zemlje jednaki ( $a_1$ ), to slijedi ovo: centrifugalna sila od revolucije u svim tačkama Zemlje s masom  $m$  jest jednaka po iznosu i smjeru. Na sl.2-9,1 ona je u tačkama O, A i B označena vektorima. Na Mjesecu je analogno ali uz drugi polumjer ( $O'L = a_2$ ).

Usprkos različitim polumjerima ( $a_1 = a_2$ ) centrifugalna sila od revolucije je kod oba tijela jednakog iznosa i suprotnog



smjera, kako bi se revolucija mogla održati i pravilno odvijati. Označimo s  $M$  odn.  $m$  masu Zemlje odn. Mjeseca skoncentrirane u njihovim središtima, tada za ravnotežu centrifugalnih sila vrijedi ovaj odnos

$$Ma_1u^2 = ma_2u^2, \quad (2-9,1)$$

gdje je  $u$  kutna brzina revolucije.

U svim tačkama jednog i drugog tijela ima hvatište i centripetalna sila, koja je nužna za realizaciju tog kružnog gibanja. Po iznosu je jednaka centrifugalnoj sili a suprotnog je smjera tj. u tačkama jednog i drugog tijela ima smjer. prema središtima odgovarajućih putanja. Centripetalna sila potječe od sile privlačenja među masama (gravitacije). Označimo li i ovdje sa  $M$  odn.  $m$  masu Zemlje odn. Mjeseca koncentrirane u njihovim središtima, tada za realizaciju i stabilnost revolucije sistema Zemlja-Mjesec treba da je ispunjen ovaj odnos

$$Ma_1u^2 = ma_2u^2 = G \frac{Mm}{a}, \quad (2-9,2)$$

gdje je  $a = a_1 + a_2$ .

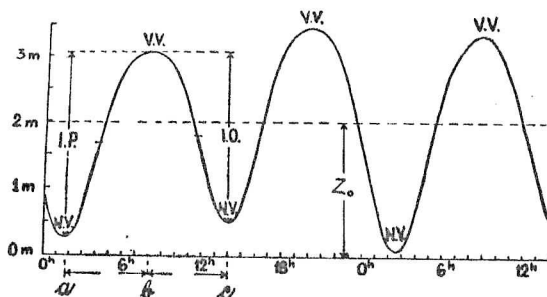
Razlog što se radi međusobnog privlačenja masa oba tijela neće sudariti odn. poletjeti jedno prema drugom jest u njihovom gibanju. Na osnovu zakona ustrajnosti kojeg je dao Newton, za podržavanje tijela u gibanju kad se ono već nalazi u gibanju nije potrebna sila. No zbog same ustrajnosti nebesko tijelo bi se gibalo pravocrtno a to što pri revoluciji ona ostaju u svojim kružnim putanjima treba pripisati sili, kojom se ona međusobno privlače tj. gravitaciji.

Analogno vrijedi i za revoluciju sistema Sunce-Zemlja. Budući da Zemlja ima znatno veću masu od Mjeseca a Sunce znatno veću masu od Zemlje, to su i zajednička težišta svakog pojedinog sistema unutar tijela s većom masom pa stoga kažemo da pri revoluciji Mjesec kruži oko Zemlje a Zemlja zajedno s Mjesecom oko Sunca.

## 2-10. Sila uzročnica morskih doba

Kolebanje razine mora koje neprekidno teče i ponavlja se u poludnevnim ili jednodnevnim vremenskim intervalima, poznato pod imenom **m o r s k a d o b a** (plima i oseka), uočili su već stari narodi, te ga pored mnogih fantastičnih tumačenja dovodili u vezu i sa gibanjem Mjeseca. Egzaktno tumačenje plime i oseke prvi je dao I. Newton. Uzrok pojavi pripisao je gravitacionom djelovanju Mjeseca i Sunca na vodenu masu oceana i mora i razvio teoriju sile uzročnice morskih doba, koja je - za opće tumačenje razvoja te pojave na Zemlji kao cjelini - i danas potpuno aktuelna.

Objasnit ćemo prethodno značenje nekih osnovnih pojmova koji se koriste kod opisivanja toka morskih doba na pojedinim mjestima.



Sl. 2 - 10,1

Dizanje vodostaja mora koje potječe od morskih doba zove se **p l i m a** a spuštanje **o s e k a**. Maksimalni vodostaj koji nastaje kod prijelaza od plime na oseku jest **v i s o k a v o d a** a minimalni kod prijelaza od oseke na plimu **n i s k a v o d a**. U Sl.2-10,1 prikazane su po tri visoke vode (V.V.) i niske vode (N.V.).

Vremenski razmak u kojem se vodostaj diže jest trajanje plime (interval a-b), a u kojem se spušta, trajanje oseke (interval b-c).

Po jedno dizanje (plima) i spuštanje (oseka) vodostaja mora tvoriti jednu potpunu oscilaciju, koja se naziva i t i d a . Unutar jedne oscilacije trajanje plime općenito nije jednako trajanju oseke i obratno; ti vremenski intervali mijenjaju se od jedne oscilacije do druge. Period jedne oscilacije (od niske vode do slijedeće niske vode) jednak je zbroju trajanja plime i oseke. Također i periodi pojedinih oscilacija pokazuju međusobno veće ili manje razlike. Odstupanja spomenutih vremenskih intervala od njihovih srednjih vrijednosti zovu se n e j e d n a k o s t i u v r e m e n u .

Iz Sl.2-10,1 vidimo također da i visine pojedinih visokih i niskih voda, koje se broje od osnovne razine (os apscisa u slici), nisu jednake. Razlika vodostaja visoke i prethodne niske vode jest iznos dizanja vodostaja kod plime (I.P.) a razlika vodostaja visoke i slijedeće niske vode jest iznos spuštanja vodostaja kod oseke (I.O.). Kako vidimo i ti iznosi međusobno su različiti. Dakle pored nejednakosti u vremenu postoje i n e j e d n a k o s t i u v i s i n i .

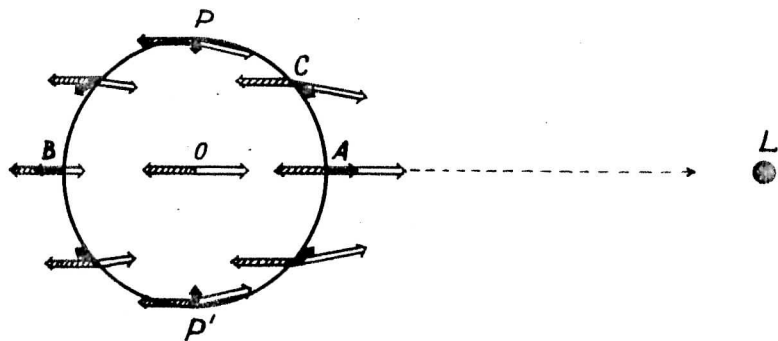
Važan je još pojam s r e d n j i vodostaj  $Z_0$ . To je linija oko koje se zbiva naprijed opisano kolebanje razine mora a dobiva se kao aritmetička sredina satnih vrijednosti vodostaja koje obuhvataju određen broj potpunih oscilacija. Kad bi kolebanje vodostaja mora potjecalo samo od morskih doba, veličina  $Z_0$  imala bi uvijek istu vrijednost. Kod proučavanja morskih doba upotrebljava se još i pojam s r e d n j a voda a to je srednja vrijednost visine jedne visoke vode i visine prethodne ili slijedeće niske vode. Visina srednje vode općenito se mijenja od jedne oscilacije do druge.

Ako se na jednom mjestu morska doba odvijaju uvijek tako, da u toku jednog dana nastupaju po dvije visoke i niske vode, tada su ona p o l u d n e v n o g tipa, a ako u spomenutom intervalu nastupa samo po jedna visoka i niska voda, tada su ona j e a n o d n e v n o g tipa. Međutim na nekim mjestima mogu ona tokom jednog

mjeseca biti dijelom poludnevnog a dijelom jednodnevnog tipa; to su onda morska doba m i j e š a n o g tipa u koje možemo ubrojiti i morska doba Jadranskog mora. U Jadranu naime na dane sizigija (mlađ odn. pun Mjesec) i oko njega morska doba jesu poludnevnog tipa a u vrijeme kvadratura (prva odn. posljednja četvrt) jednodnevnog tipa. Između tih Mjesečevih faza ona postepeno prelaze od jednog tipa na drugi i to u toku jednog sinodskog mjeseca dva puta.

Za objašnjenje sile uzročnice morskih doba polazimo od izraza (2-9,2) koji vrijedi za ravnotežu kod revolucije sistema Zemlja-Mjesec i to uz uvjet da je masa svakog pojedinog tijela koncentrirana u njegovom središtu.

U stvarnosti masa Zemlje a i Mjeseca zauzima prostor tj. ima dimenzije pa u tačkama jednog i drugog tijela - osim u njihovim središtima - neće postojati ravnoteža između centrifugalne sile od revolucije i gravitacije. Centrifugalna sila je u svim tačkama tijela (kako je pokazano u prethodnom poglavlju) jednakog iznosa i smjerovi su međusobno paralelni dok kod gravitacije to nije. Zbog toga u svakoj pojedinoj tački tijela nastaje rezultantna sila - s i l a u z r o č n i c a m o r s k i h d o b a - čije se djelovanje na Zemlji očituje u pomicanju vodenih masa oceana i mora. Objasniti ćemo tu silu u sistemu Zemlja-Mjesec i u početku pretpostaviti da Zemlja ne rotira oko svoje osi.



Sl. 2 - 10,2

Označimo li sa  $m$  masu Mjeseca koncentriranu u njegovom središtu  $L$ , tada on privlači masu  $\mu$  u središtu  $O$  Zemlje silom  $G \frac{\mu m}{a^2}$ . Centrifugalna sila u istoj tački Zemlje jest  $u^2 \mu a_1$ . U središtu Zemlje obe sile treba da su jednake, jer bi se u protivnom ono približavalo ili udaljavalo od Mjeseca, pa ovdje vrijedi

$$u^2 \mu a_1 = G \frac{\mu m}{a^2} \quad (2-10,1)$$

Privlačna sila Mjeseca na masu  $\mu$  u tački  $A$  ekvatora, a kojoj neka je Mjesec u zenitu, jest  $+G \frac{\mu m}{(a-R)^2}$ ;  $2R$  je polumjer Zemlje a predznak  $+$  znači da ima smjer prema Mjesecu (vidi Sl.2-10,2). Iznos centrifugalne sile u svakoj tački Zemlje možemo prema jednačbi (2-10,1) izraziti privlačnom silom Mjeseca na masu  $\mu$  u središtu  $O$  Zemlje, ali s protivnim predznakom, tj.  $-G \frac{\mu m}{a^2}$ . Rezultanta obje sile u tački  $A$ , u kojoj su one suprotnog smjera, jednaka je njihovoj diferenciji, pa za silu uzročnicu morskih doba u toj tački Zemlje dobivamo ovaj izraz:

$$G \mu m \left[ \frac{1}{(a-R)^2} - \frac{1}{a^2} \right] = + G \mu m \frac{2R}{a^3}, \quad (*) \quad (2-10,2)$$

a smjer joj je prema Mjesecu.

Međutim u antipodnoj tački  $B$  Zemlje, kojoj je Mjesec u nadiru, privlačna sila Mjeseca na masu  $\mu$  jest  $+G \frac{\mu m}{(a+R)^2}$ . Rezultantu obe sile tj. silu uzročnicu morskih doba daje ovdje ovaj izraz:

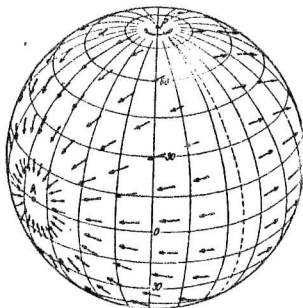
$$- G \mu m \left[ \frac{1}{a^2} - \frac{1}{(a+R)^2} \right] = - G \mu m \frac{2R}{a^3} \quad (2-10,3)$$

Predznak  $-$  znači da joj je smjer od Mjeseca tj. u smjeru centrifugalne sile.

Izrazi (2-10,2) i (2-10,3) pokazuju da u obje tačke postoji resultantna sila jednaka po iznosu a suprotna po smjeru. U tački  $A$

\*)  $\frac{1}{(a \mp R)^2} = \frac{1}{a^2} (1 \pm \frac{2R}{a})$ , ako se zanemari član  $\frac{R^2}{a^2}$  i manji.

u kojoj je privlačna sila Mjeseca veća od centrifugalne, voda se uzdiže prema Mjesecu, no i u tački B voda se također uzdiže, ali od Mjeseca, jer je tamo centrifugalna sila veća od privlačne. Odnos privlačne i centrifugalne sile u raznim tačkama Zemlje kao i njihovu rezultantu prikazuje vektorski Sl. 2-10, 2. Centrifugalna sila



Sl. 2 - 10, 3

(crtkana strelica) ima smjer od Mjeseca, privlačna sila (bijela strelica) prema Mjesecu a sila uzročnica morskih doba označena je crnom strelicom.

Sila uzročnica morskih doba najveća je u tačkama A i B jer je u njima, u odnosu prema centrifugalnoj sili, privlačna sila Mjeseca maksimalna odn. minimalna. U ostalim tačkama je manja, djeluje u smjeru tangencijalnom na površinu Zemlje i pomiče vodu prema tačkama A odn. B. Manja je zato, što je u tačkama Zemlje, koje su na strani okrenutoj Mjesecu, iznos njegove privlačne sile - zbog njihove veće udaljenosti od Mjeseca - manji nego u tački A a i smjer joj nije potpuno suprotan smjeru centrifugalne sile, tako da u rezultanti dolazi do izražaja samo jedan njen dio (npr. u tački C). Za tačke na suprotnoj strani Mjeseca vrijedi u pogledu iznosa privlačne sile obrnuto, tj. ona je u ostalim tačkama veća nego u tački B, ali još uvijek manja od centrifugalne sile.

U tačkama kojima je zenitna daljina Mjeseca  $90^\circ$ , a to su tačke koje leže na najvećem krugu koji prolazi tačkama P i P', dolazi do spuštanja razine mora, jer od njih voda otiče prema tačkama A odn.

B. Lijepo se to vidi u Sl.2-10,3 koja perspektivno prikazuje raspodjelu te sile na Zemlji. Mjesec se nalazi u zenitu ili nadiru tačke A, a najveći krug koji prolazi tačkama P i P' označen je crtkanom linijom.

Rezultat naprijed opisanog djelovanja sile uzročnice morskih doba kao i njene raspodjele jest taj, da će se razina mora na dvije dijametralno suprotne strane Zemlje podignuti a u njihovom graničnom području spustiti; površina oceana dobit će stoga eliptičan oblik. Uz pretpostavku da je cijela Zemlja pokrivena vodom, deformacija njenog vodenog omotača u stanju ravnoteže imala bi oblik produljenog elipsoida (tijelo koje nastaje rotacijom elipse oko velike osi), kojemu je velika os usmjerena prema ili od Mjeseca.

Položaj tako formiranog vodenog omotača Zemlje u odnosu prema njenoj čvrstoj kori neprekidno se mijenja. U prvom redu zbog same revolucije sistema Zemlja-Mjesec (period mjesec dana), što se može vidjeti iz Sl.2-9,1. Na promjene njegovog položaja utječe i promjena Mjesečeve deklinacije, do koje dolazi zbog nagiba Mjesečeve putanje prema nebeskom ekvatoru za cca  $28,5^{\circ}$  (period te promjene iznosi cca 18,5 godina). No promjene položaja spomenute deformacije vodene mase vidno dolazi do izražaja zbog dnevnog prividnog gibanja Mjeseca na nebeskom svodu, koja je - kako smo već u početku spomenuli - posljedica rotacije Zemlje oko njene osi (period oko 24 sata). Premda smo tu rotaciju kod izlaganja revolucije zanemari- li u stvarnosti ona postoji. Stoga će na jednom mjestu u toku jednog dana sila uzročnica morskih doba u pravilu uzrokovati po dva dizanja i spuštanja razine mora (po dvije plime i oseke) sa po dvije visoke i niske vode.

Sili uzročnici morskih doba od Mjeseca superponira se i sila uzročnica morskih doba od revolucije sistema Sunce-Zemlja, tako da razvoj pojave na Zemlji zavisi o privlačnom djelovanju i međusobnom

položaju oba ta nebeska tijela. Iz izraza (2-10,2) i (2-10,3) vidi se, da je sila uzročnica morskih doba proporcionalna masi nebeskog tijela koje ju uzrokuje a obrnuto je proporcionalna trećoj potenciji njegove udaljenosti od Zemlje. Premda je masa Sunca znatno veća od mase Mjeseca, ipak u pojavi jače dolazi do izražaja privlačno djelovanje Mjeseca, jer mu je udaljenost od Zemlje mnogo manja od udaljenosti Zemlja-Sunce.

Na kraju bi spomenuli da taj prikaz daje smo jednu opću sliku o razvoju te pojave na Zemlji kao cjelini. U detaljima potrebno je uzeti u obzir raspodjelu kopna i mora, ustrajnost vodenih masa i niz drugih faktora koji na nju utječu i čine je veoma zamršenom (nejednakosti u vremenu i visini). No i pored toga ona pravilno teče, tako da se kolebanje vodostaja mora od morskih doba može i unapred proračunati. Razlog tome leži u uskoj zavisnosti pojave o gibanju nebeskih tijela Sunčevog sistema, specijalno Mjeseca i Sunca, koje nam je danas već gotovo potpuno poznato.

### 3. O B L I K I V E L I Č I N A Z E M L J E

#### 3-1. Era kugle

U doba Homera (oko 850.g.pr.n.ere) vjerovalo se da je Zemlja ravna ploča, okružena oceanom. Prema grčkoj mitologiji iz tog vremena ploču nose četiri slona koji stoje na velikom stupu ali na što se podupire stup, to nije bilo rečeno.

Već Pitagora (oko 582.g.pr.n.ere) smatra da Zemlja ima oblik kugle a do istog zaključka je došao i Aristotel (384.-322.godine pr.n.ere).

Čim se je stvorila spoznaja o kuglastom obliku Zemlje moglo se je pristupiti i određivanju njene veličine. Da je Zemlja ravna ne bi se iz mjerenja u jednom njenom dijelu moglo ništa zaključiti o veličini cijele površine. Ako je Zemlja kugla tada se već iz mjerenja u razmjerno malom području može odrediti njen p o l u m j e r



a zatim izračunati oplošje i volumen.

Uzmimo na površini Zemlje dva mjesta  $M_1$  i  $M_2$  na istom meridianu s geografskim širinama  $\varphi_1$  i  $\varphi_2$ . Označimo li najkraću udaljenost između oba mjesta sa  $d$ , tada se iz razmjera (vidi Sl. 3-1,1)

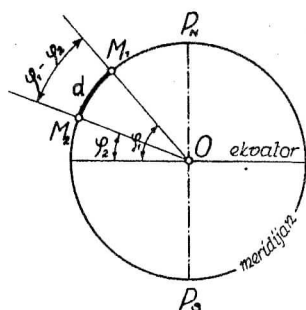
$$d : 2R\pi = (\varphi_2 - \varphi_1) : 360^\circ$$

dobiva polumjer  $R$  Zemlje

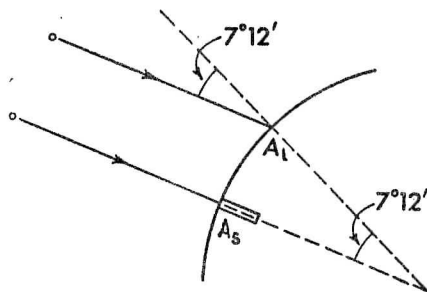
$$R = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{d}{(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad (3-1,1)$$

Ako je  $\varphi_2 - \varphi_1 = 1^\circ$  tada  $R = \frac{180^\circ}{\pi} d_1$ , gdje je  $d_1$  dužina luka merijana koja odgovara središnjem kutu od  $1^\circ$ .

Za određivanje polumjera  $R$  Zemlje treba riješiti dva problema i to jedan *geodetski* (mjerenje dužine  $d$ ) i jedan *astronomski* (određivanje geogr. širina dvaju mjesta odn. njihove razlike).



Sl. 3 - 1,1



Sl. 3 - 1,2

Prvi je riješio taj zadatak Eratosten (cca 276.-194.g.pr.n.ere). Astronomski dio riješio je tako, što je izmjerio zenitnu daljinu Sunca u Aleksandriji (mjesto Al, Sl. 3-1,2) u podne najduljeg dana u godini, jer mu je bilo poznato da se tog istog dana u podne Sunce zrcali u jednom dubokom zdenцу u Asuanu (mjesto As., Sl. 3-1,2), što bi značilo da je zenitna daljina Sunca tog dana u Asuanu nula. Zenitna daljina Sunca u Aleksandriji iznosila je  $7^\circ 12'$  i to je u slučaju da se mjesto Asuan nalazi na povratnom krugu razlika geografskih

Širina tih dvaju mjesta.

Daljinu je odredio prema podacima o putovanju karavana deva. Znao je da karavana prevari taj put za 50 dana a dnevno prevari 100 stadija (1 stadij je oko 185 m), dakle za daljinu je koristio iznos od 5000 stadija.

Prema tim podacima dobio je za opseg meridijanskog kruga iznos od 250.000 stadija ili 46.250 km.

Taj iznos je za oko 16% prevelik (meridijanski krug je oko 40.000 km) ali s obzirom na podatke s kojima je raspolagao za čudo dosta tačan, pogotovo kad se uzme u obzir, da Aleksandrija i Asuan nisu na istom meridijanu niti je Asuan na povratnom krugu.

Opisana metoda zove se metoda pomoću mjerenja luka meridijana i ona je u biti ispravna. Do tačnijih rezultata došlo se je tek u 17. stoljeću, kad su bila omogućena tačnija mjerenja razvojem teleskopa za astronomski i trijangulacije za geodetski dio.

### 3-2. Era sferoida

Spljoštenost Zemlje naslućivala se je prije nego što je mjerenjem utvrđena i to iz fizikalnih razloga. Francuski astronom J. Richer - savremenik Newtona - otputovao je 1672. godine u Caienu u Južnoj Americi (mjesto u blizini ekvatora) zbog izvršenja nekih astronomskih mjerenja. Tom prilikom je utvrdio da ura s njihalom podešenim za Pariz u Caienu zaostaje za dvije i pol minute u jednom danu i da bi uspostavio njen pravilan hod, morao je njihalo skratiti za oko 3 mm.

Na tu činjenicu osvrnuo se je Newton i objašnjavao je smanjenjem akceleracije teže na ekvatoru, budući da je tamo - zbog većeg polumjera - gravitacija manja a time i akceleracija teže. Baš u tom vidi dokaz da je Zemlja u području ekvatora "nešto deblja" tj. ispupčena i stoga na polovima mora biti spljoštena.

Već Newton a i njegov savremenik Huygens nastoje odrediti spljoštenost Zemlje teoretskim putem, polazeći u svojim izvodima

i računima od različitih pretpostavaka.

Newton je odredio spljoštenost Zemlje kao sferoida iz razlike teže na polu i ekvatoru do koje dolazi zbog nejednakosti ekvatorijalnog i polarnog polumjera i djelovanja centrifugalne sile. Ujedno je pretpostavio da se gravitacija u unutrašnjosti Zemlje mijenja proporcionalno s daljinom od njenog središta. Njegov račun dao je za spljoštenost  $\alpha = \frac{1}{230}$ .

Huygens je računao privlačenje sferoida u tačkama na njegovoj površini i smatrao da ono mora biti na cijeloj površini tijela jednako i usmjereno prema središtu sferoida. To je uvjet da tekućina koja pokriva planet bude u ravnoteži. Račun mu je dao znatno manju spljoštenost tj.  $\alpha = \frac{1}{576}$ .

Neslaganje jednog i drugog rezultata smatra francuski matematičar Clairaut samo prividnim jer su oni - s obzirom na pretpostavke pod kojima su izvedeni - dvije granične vrijednosti unutar kojih treba da se nalazi stvarna spljoštenost Zemlje. Newton je proveo račun uz pretpostavku da je masa Zemlje homogena, u kojem slučaju bi iznos gravitacije u unutrašnjosti bio proporcionalan s udaljenosti od središta. Međutim Huygensova pretpostavka prema kojoj bi privlačenje u svim tačkama površine trebalo biti usmjereno prema središtu odvela je u drugu krajnost jer dopušta, da je sva masa koncentrirana u središtu a gustoća ostalih dijelova da je nula što opet ne vodi računa o stvarnoj raspodjeli zemljine mase. Budući da obje pretpostavke u prirodi nisu ispunjene, njihova teoretska razmatranja nisu mogla dati realan rezultat.

Različit rezultat spomenutih teoretskih razmatranja pokazao je, da se bez izvršenja odgovarajućih mjerenja neće moći odrediti stvarna spljoštenost Zemlje.

Mjerenja za to istraživanje svode se početkom 18. stoljeća na tzv. gradusna mjerenja tj. na određivanje luka meridijana u različitim geografskim širinama, pa tako ponovno dolazi do primjene veza luka i pripadnog središnjeg kuta a to je princip kojeg je

već 2200 godina prije koristio Eratosten.

Jedno od prvih mjerenja izvršio je Cassini u sjevernom i južnom dijelu Francuske ali je dobio neočekivan rezultat tj. da je dužina jednog meridijanskog stupnja sjeverno od Pariza 111.017 m a u blizini španjolske granice 111.284 m. To bi značilo da je Zemlja spljoštena na ekvatoru a ispupčena na polovima (kao jaje - produljeni elipsoid) ili da su njegova mjerenja pogrešna.

Time je nastala polemika između engleskih i francuskih učenjaka. Prvi su tvrdili kao Newton i Huygens a drugi su branili rezultat Cassini-a.

Ubrzo zatim je glasovito mjerenje, kojeg je 1735. godine organizirala Francuska akademija a izvršili Bouguer i La Condamine u blizini ekvatora (Peru) i na sjeveru (Laponija) pokazalo da je dužina luka jednog meridijanskog stupnja u višim geografskim širinama veća nego u blizini ekvatora pa je meridionalni presjek Zemlje u prvoj približnosti analogan presjeku spljoštenog elipsoida, kako je to već tvrdio i Newton.

Kasnije je izvršeno još dosta analognih mjerenja, također i mjerenje luka ekvatora, kako bi se odredila spljoštenost sferoida i njegov ekvatorski polumjer. Poznato je i mjerenje luka meridijana za vrijeme francuske revolucije kad je odlučeno da se za jedinicu dužine uvede metar, koji je trebao da iznosi  $10^{-6}$  dio meridijanskog kvadranta.

#### 3-4. Otklon viska

Kada je definitivno utvrđeno da Zemlja ima oblik sferoida (polovina XVII. stoljeća), tada se je ploha tog matematički pravilnog tijela uzela kao osnovna ploha u višoj geodeziji i kartografiji i smatralo se, da je površina tog tijela nivo ploha.

Izvođenje raznih geodetskih radova na premjeru Zemlje i projektiranju geografskih karata unutar jedne države ili nekog većeg područja zahtijeva poznavanje geografskih koordinata na jednoj - unaprijed definiranoj - mreži tačaka prvog reda, koje se nazivaju

i kontrolne stanice. Koordinate tačaka nižeg reda (nalaze se unutar te mreže) računaju se prema plohi odabranog elipsoida referencije.

Geografske koordinate tačaka prvog reda određuju se astronomskim putem (na pr. geogr. širina određuje se mjerenjem zenitne daljine zvijezde stajačice). Kad se utvrde iz astronomskog mjerenja na početnoj tački, tada se koordinate ostalih tačaka prvog reda i računaju koristeći za to plohu sferoida; na njima se raspolaže sa mjerenim i računatim koordinatama (kontrolne tačke). U početku se je mislilo da će jedne i druge vrijednosti biti jednake. Ali rad opisanom metodom kroz gotovo 100 godina nije to pokazao. Geografske koordinate kontrolnih tačaka koje su dobivene astronomski i one dobivene računom duž plohe sferoida nisu se slagale. U čemu leži uzrok?

Odrediti geografske koordinate na jednom mjestu iz astronomskih mjerenja znači fiksirati smjer teže na dotičnom mjestu u odnosu prema nebeskim tijelima tj. apsolutno. Smjer teže zato, jer se instrumenti s kojima se mjeri orijentiraju pomoću libele u nivo plohu odn. pomoću viska u smjer normale na nivo plohu, dakle u smjer teže. Prema tome koordinate određene astronomskim putem odnose se na vertikalu dotičnog mjesta (smjer stvarne teže) a izračunate prema okomici na korišteni elipsoid referencije (smjer normalnih vrijednosti teže). Otklon između vertikale i normale na sferoid zove se otklon viska.

Pojam otklona viska, koji zapravo predstavlja anomaliju smjera teže, utvrđen je prije pojma anomalije teže, koji predstavlja odstupanje iznosa mjerenih vrijednosti teže od iznosa njenih normalnih vrijednosti. Razlog je u tome, što su se astronomska mjerenja razvila prije nego što je omogućeno mjerenje iznosa akceleracije teže pa su se i ranije koristila u istraživanju oblika Zemlje.

### 3-4. Era geoida

Iz egzistencije otklona viska slijedi da ploha sferoida nije nivo ploha teže i ta spoznaja dovela je u drugoj polovini 19. stoljeća do pojma geoida. Već tada je utvrđeno da je ploha geoida nepravilna jer je i raspodjela masa u unutrašnjosti Zemlje nepravilna.

Već je spomenuto da se istraživanja plohe geoida svodi na određivanje odstupanja te plohe u odnosu prema plohi elipsoida referencije. Za to postoje dvije metode.

Prva i starija jest geometrijska i koja za to koristi poznavanje otklona viska na kontrolnim tačkama. Astronomskim mjerenjem fiksirane na tim tačkama smjer teže apsolutno a iz određenih azimuta i rastojanja među njima može se odrediti zakrivljenost nivo plohe u različitim smjerovima i dobiti jedan dio plohe geoida. Nedostatak te metode jest u tome što se može primijeniti samo na kopnu, raspodjelu masa ispod dijelova pokrivenih oceanom samo djelomično uzima u obzir a otklon viska daje relativno, jer se na početnoj tački mora pretpostaviti podudaranje vertikalne s normalom na elipsoid referencije.

Druga metoda jest fizikalna i koristi za određivanje undulacija geoida anomalije teže, do kojih dolazi mjerenjem njenog intenziteta. Teoretski se je razvila u drugoj polovini 19. stoljeća a praktički se primjenjuje u 20. stoljeću. Danas se istraživanje oblika Zemlje svodi na određivanje undulacija geoida isključivo tom metodom i to doba zove se era geoida. Iz poznate raspodjele anomalija teže a koja zavisi o ukupnoj masi Zemlje, obliku nivo plohe i unutrašnjoj raspodjeli masa, može se zaključiti na odstupanje geoida od elipsoida referencije. Važno je pri tom naglasiti, da odstupanje geoida od sferoida na jednom mjestu zavisi o anomalijama teže na cijeloj Zemlji, pa ova metoda ima veliku prednost pred geometrijskom, jer je današnji napredak fizike i tehnike omogućio mjerenje iznosa akceleracije teže na moru a time i dao

moгуćnost korištenja anomalija i sa ostalih 70% zemljine površine prekrivenih vodom.

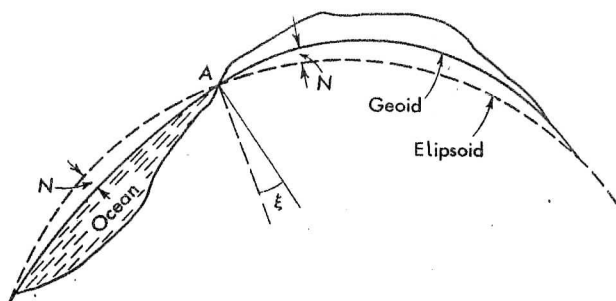
### 3-5. Undulacije geoida

Za istraživanje undulacija geoida nužno je odabrati jedan elipsoid referencije kojeg bi svi koristili. Nažalost u praktičnim radovima ne koriste sve države isti elipsoid. Njemačka i mnoge evropske države koriste Besselov elipsoid, Engleska Clarkov, SSSR elipsoid Krassowskog a U.S.A. tzv. internacionalni elipsoid, koji je 1910.g. utvrdio Hayford. U svojim dimenzijama (ekvatorski polumjer i spljoštenost) oni se malo razlikuju ali rezultati premjera ipak nisu među sobom uporedivi.

Srednji podaci o dimenzijama Zemlje kao sferoida jesu ovi:

|   |                    |                   |
|---|--------------------|-------------------|
| - ekvatorski polumjer a .....                     | 6.378              | km                |
| - polarni " b .....                               | 6.357              | " ,               |
| - polumjer kugle jednakog volumena kao Zemlja ... | 6.371              | " ,               |
| - opseg ekvatora .....                            | 40.055,9           | " ,               |
| - dužina luka 1° ekvatora .....                   | 111,3              | " ,               |
| - površina .....                                  | $510 \cdot 10^6$   | km <sup>2</sup>   |
| - volumen .....                                   | $1.083 \cdot 10^9$ | km <sup>3</sup> . |

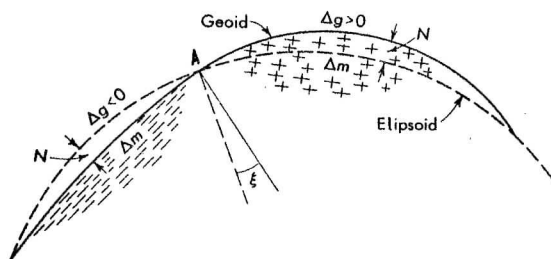
Dat ćemo opća gledišta o geoidu u odnosu prema sferoidu.



Sl. 3 - 5,1

Iz Sl.3-5,1 vidi se, da se ploha geoida uzdiže nad sferoid na kontinentima dok je na oceanu ispod. Razlog je taj, što veća gustoća površinskih masa kontinenta u odnosu prema znatno manjoj gustoći vode oceana uzrokuje otklon  $\xi$  viska prema kontinentu. U tački A masa kontinenta uzrokuje otklon vertikalne od normale na sferoid a u istom smislu na otklon vertikalne djeluje i nedostatak mase u vodi oceana. Što se tiče anomalija teže ( $\Delta g$ ) one su općenito na kontinentima pozitivne a na oceanima negativne.

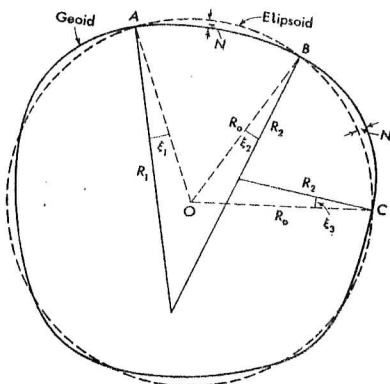
Analogne efekte uzrokuje na užem području bilo kontinenta bilo oceana nepravilnost raspodjele masa u unutrašnjosti Zemlje. U Sl. 3-5,2 vide se područja s pozitivnim i negativnim anomalijama teže,



Sl. 3 - 5,2

koja graniče među sobom. U području negativnih anomalija geoid je ispod sferoida a u području pozitivnih iznad. Otklon viska u tački A jest prema području s masama veće gustoće.

Sl.3-5,3 daje predodžbu o undulacijama geoida i iz nje se može



Sl. 3 - 5,3



vidjeti zašto su se pri mjerenjima dimenzija Zemlje (luka meridijana) dobivale različite vrijednosti. Na pr. između tačaka A i B geoid je ispod sferoida ( $\Delta g < 0$ ) pa će izmjereni luk AB dati veći polumjer ( $R_1$ ) a između tačaka B i C geoid je iznad sferoida ( $\Delta g > 0$ ) i izmjereni luk BC dat će manji polumjer ( $R_2$ ). Ponovno ćemo naglasiti da se mjerenja izvode u odnosu na nivo plohu teže tj. na geoid, jer se instrumenti s kojima se mjeri dovode u horizontalan ili vertikalni položaj (libela, visak).

#### 4. I Z O S T A Z I J A

##### 4-1. Izostatska razmatranja R.Boškovića

Kod već spomenutog gradusnog mjerenja u Peru-u, Bouguer i La Condamine su odredili također i otklon viska u neposrednoj blizini brda Čimborazo. Zbog pravilnog oblika brda i poznate gustoće mogli su dovoljno tačno proračunati, koliki bi otklon viska na dotičnom mjestu trebao biti s obzirom na privlačno djelovanje mase tog brda. Drugim riječima raspolagali su sa smjerom teže kojeg je dalo mjerenje i smjerom koji bi se mogao očekivati u neposrednoj blizini takvog viška mase. Pokazalo se međutim, da je mjerenjem određeni otklon viska znatno manji od njegove vrijednosti utvrđene računom i objasnili su taj nesklad eventualnom egzistencijom šupljina unutar brda, koje oni u svojim proračunima nisu uzeli u obzir.

Njihov rezultat diskutirao je R.Bošković 1775.godine u radu "De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimentiones duos meridiani gradus et corrigendum mappam geographicam" ovim riječima:

"Verum montes quidem plerique, ut ego arbitror, effecti sunt intumescitibus interni caloris vi stratis superficiei proximis; quod quidem si ita contigit, nihil ibi materiae accedit, et vacuus intra viscera hiatus c o m p e n s a t omnem illam apparentem

materiae in montem assurgentis congeriem";

(Zaista su brda, kako to ja zaključujem, efekti termičke ekspanzije u unutrašnjosti, koja je površinske slojeve podigla; iznos materije nije se tamo povećao jer nastali manjak mase u unutrašnjosti k o m p e n z i r a sve vidljive materije podignute u gromadama brda).

Bošković je time jasno rekao da brda koja vidimo u ojelini ne predstavljaju višak mase, jer je on - s obzirom na postanak brda - povezan s manjkom mase u unutrašnjosti Zemlje, kojeg ne vidimo. Time je Bošković na odnose u vanjskom omotaču Zemlje (kori) primijenio dva osnovna fizikalna principa i to konstantnost mase i uvjet hidrostatske ravnoteže čime je postavio osnove kasnijeg razvoja teorije i z o s t a z i j e (od grč. isostasios što znači "u ravnoteži s").

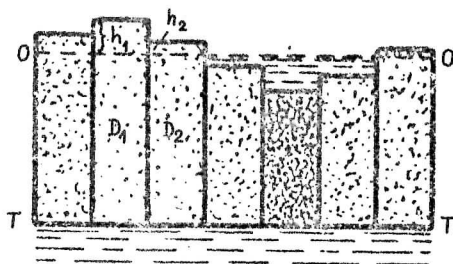
#### 4-2. Pratt-ova hipoteza

Drugu pobudu za izostatska razmatranja dala je obrada gradusnog mjerenja i premjera u Indiji, koje je izvršeno polovinom prošlog stoljeća, dakle 100 godina kasnije. Određeni otklon viska na tački Kalian na sjeveru Indije iznosio je 5,2" a na tački Damargida u sredini Indije 3,8". Na obe tačke otklon viska bio je prema sjeveru ali veći u tački Kalian, koja se je nalazila u blizini gorskog masiva Himalaje. Dobiveni rezultat smatrao se je na prvi pogled potpuno prirodan jer se je pretpostavljalo da otklon viska potječu isključivo od privlačenja viška mase na sjeveru (Himalaja) s jedne strane i nedostatka mase na jugu (Indijski ocean) s druge strane.

Ali približan račun privlačnog djelovanja mase Himalaje kojeg je proveo Pratt pokazao je, da bi otklon viska u Kalianu trebao iznositi 27,9" a u Damargidi 6,9". Ogroman nesklad između izmjerenih i izračunatih vrijednosti otklona viska ukazivao je da Himalaja privlači znatno slabije nego što bi se to očekivalo i neizbježno je bilo pretpostaviti, da je višak mase koji se uzdiže

djelomično kompenziran nedostatkom mase u unutrašnjem dijelu zemljine kore (ispod vidljivog masiva); misao, koju je već 100 godina ranije izrekao R.Bošković. Tu misao je tada detaljno razrađena u dvije teorije odn.hipoteze, koje su istodobno a nezavisno jedan od drugoga dali Pratt i Airy (1855.godine). Obe teorije polaze od iste osnovne postavke a ta je, da lakša zemljina kora, sastavljena od silicija i aluminijske (kratica "Sial") pliva na gušćoj tekućoj magmi, sastavljenoj od silicija i magnezija (kratica "Sim").

Pratt pretpostavlja da je zemljina kora uronjena u magmu svuda do iste dubine  $T$ , koju broji od srednje razine mora. Zbog hidrostatske ravnoteže nužno je da je tlak zemljine kore na cijeloj plohi u dubini  $T$  jednak. Budući da je debljina kore na pojedinim mjestima različita i jednaka  $T + h$ , gdje je  $h$  nadmorska visina odgovarajućeg dijela kore, za jednakost tlaka u dubini  $T$  neophodna je jednakost mase u svim vertikalnim stupcima u koje možemo zamisliti da je zemljina kora podijeljena.



Sl. 4 - 2,1

Masa stupca gustoće  $D$  kojoj je površina baze jednaka jedinici jest  $D(T + h)$ , tako da osnovna jednačba Pratt-ove teorije

$$D(T + h) = \text{konst.}, \quad (4-2,1)$$

vrijedi za svaki stupac zemljine kore (Sl.4-2,1). Prema tome u dva stupca od kojih jedan ima nadmorsku visinu  $h_1$  a drugi  $h_2$  jednačba će glasiti

$$D_1(T + h_1) = D_2(T + h_2)$$

odn.

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{T + h_2}{T + h_1} \quad (4-2,2)$$

Budući da je  $T$  svuda jednak, gustoće stupaca treba da su različite i to  $D_1$  (gustoća stupca nadmorske visine  $h_1$ ) i  $D_2$  (gustoća stupca nadmorske visine  $h_2$ ).

Konstantna dubina  $T$  zove se *dubina izostatske plohe*, *dubina kompenzacije* ili *dubina izostazije* a izraz (4-2,2) pokazuje da je gustoća zemljine kore obratno proporcionalna njenoj debljini. Gustoća materije visokog gorja je manja a kod nizina veća.

Na moru se dubina kompenzacije  $T$  sastoji iz dva dijela: jedan dio od izostatske plohe do dna oceana i drugi od morskog dna do površine mora. Označimo li dubinu dna mora sa  $d$ , tada na oceanu vrijedi izraz

$$D(T-d) + 1,03 d = \text{konst.}, \quad (4-2,3)$$

gdje je  $1,03 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  srednja gustoća morske vode. Gustoća zemljine kore bit će najveća ispod dna dubokih oceana.

Konstanta u izrazu (4-2,1) može se odrediti, kad se ta jednadžba primijeni na stupac nadmorske visine nula ( $h=0$ ). Ako gustoću tog stupca označimo s  $D_0$  tada je

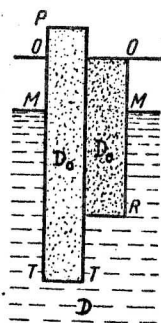
$$D_0 T = \text{konst.} \quad (4-2,4)$$

Za gustoću  $D_0$  obično se uzima  $D_0 = 2,67 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$  tako da je konstanta 2,67  $T$ . Numerička vrijednost dubine  $T$  se ocjenjuje i pri rješavanju raznih zadataka odabire tako, da daje najbolje podudaranje s veličinama koje se mjere.

Osnovne karakteristike Pratt-ove hipoteze jesu r a z l i k a g u s t o ć e pojedinih dijelova zemljine kore i da se n j e n a m a s a s v u d a p r o t e ž e do dubine kompenzacije.

#### 4-3. Airy-eva hipoteza

Airy u svojoj hipotezi pretpostavlja da je zemljina kora svuda j e d n a k e gustoće  $D_0$  i koja je manja od gustoće  $D$  magme. Kora pliva na magmi i oni njeni dijelovi koji više strše van treba da su uronjeni u magmu do veće dubine, jer - prema Arhimedovom zakonu - treba da istiskuju veću masu magme. Airy to upoređuje sa splavi od balvana koja pliva na vodi i kaže: primijetimo li jedan balvan, čija je gornja strana viša od ostalih tada možemo biti uvjereni u to da je i njegova donja strana dublje u vodi.



Sl. 4 - 3,1

Razmotrit ćemo odnose prema Airy-evoj hipotezi na dva stupca kore jediničnog presjeka, koji su uronjeni u magmu.

Lijevi stupac (Sl. 4-3,1) ima visinu  $PT=B$  i uronjen je u magmu dijelom  $MT=b$ . Nadmorska visina mu je  $OP=h$ . Tada za ravnotežu treba da je istisnuta masa magme  $bD$  jednaka masi cijelog stupca  $BD_0$ , tj.

$$bD = BD_0 \quad \text{odn.} \quad b = \frac{D_0}{D} B. \quad (4-3,1)$$

Ako je gustoća stupca  $D_0 = 2,67 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  a gustoća magme  $D = 2,87 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  tada  $b = 0,93B$  a dio  $PM$  koji viri iz magme jest

$$B - b = \frac{D - D_0}{D} B, \quad (4-3,2)$$

koji u danom primjeru iznosi  $0,07B$ .

Desni stupac ima visinu  $OR=B_0$  i uronjen je u magmu dijelom  $MR=b_0$ . Nadmorska visina  $h=0$ . Kod tog stupca vrijedi za dio OM koji nije uronjen u magmu

$$B_0 - b_0 = \frac{D-D_0}{D} B_0. \quad (4-3,3)$$

Visina bilo kojeg stupca(debljina kore) uz zadano  $B_0$  i  $h$ , ako ne uzimamo u obzir dijelove pokrivene morem, bit će

$$h + B_0 - b_0 = B - b.$$

Uvrste li se u tu jednadžbu izrazi (4-3,2) i (4-3,3) dobiva se za visinu  $B$  bilo kojeg stupca

$$B = B_0 + \frac{D}{D - D_0} h. \quad (4-3,4)$$

Za stupac nadmorske visine  $h = 0$ , prema toj formuli visina stupca je  $B_0$ , kao što i treba biti. Kad bi se htjeli uzeti u obzir i dijelovi pokriveni morem trebalo bi izvesti drugu jednadžbu.

U Airy-evoj teoriji (hipotezi) također se može govoriti o izostatskoj plohi tj. plohi na kojoj je svuda tlak jednak. Tlak na dijelu T-T pod lijevim stupcem određen je težinom koja zavisi o masi  $D_0B$  tog stupca. U istoj razini pod desnim stupcem tlak se sastoji od težine stupca mase  $D_0B_0$  i od težine stupca magne mase  $(b-b_0)D$ . Suma obe mase jest

$$D_0B_0 + (b - b_0)D = D_0B, \quad (4-3,5)$$

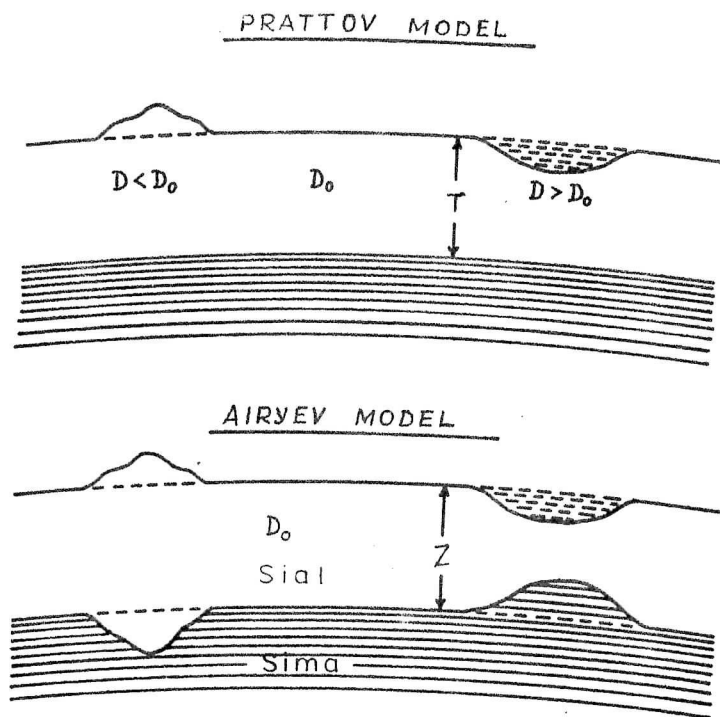
i vidimo da je jednaka masi lijevog stupca. Kako se vidi iz izraza (4-3,5) ona ne zavisi o nadmorskoj visini  $h$  stupca što znači, da je svuda jednaka. Prema Airy-evom modelu izostatska ploha prolazi najdubljim dijelovima zemljine kore.

Osnovne karakteristike Airy-eve hipoteze jesu konstantna gustoća zemljine kore ali se ona ne proteže

svuda do iste dubine.

#### 4-4. Izostatska redukcija akceleracije teže

Obe hipoteze s fizikalnog stanovišta su među sobom vrlo blizu, jer jedna i druga pretpostavlja jednakost mase u svim vertikalnim stupcima jediničnog presjeka zemljine kore i koji se protežu prema dolje do određene dubine. Ali dubina te granice materije u odnosu prema razini mora je kod Pratt-ovog modela svuda jednaka dok kod Airy-evog nije. U Sl.4-4,1 prikazana su oba modela (T odn. Z su dubine zemljine kore).



Sl. 4 - 4,1

U početku su se jednom ili drugom hipotezom nastojali objasniti otkloni viska određeni mjerenjem ali danas se one smatraju za iskustvom potvrđene principe, čija primjena dolazi do izražaja kod izostatske redukcije mjerenih vrijednosti akceleracije teže u svrhu istraživanja geoida (undulacija geoida). Pokazat ćemo to na jednom primjeru.

Pri korištenju anomalija teže za određivanje undulacija geoida početkom ovog stoljeća koristi američki geodet Hayford Pratt-ovu teoriju, ali u nešto modificiranom obliku. On uzima da je gustoća dijelova zemljine kore koji su iznad razine mora s v u d a j e d n a k a g u s t o ć i  $D_0$  stupca nadmorske visine nula ( $D_0=2,67$ ). Zbog toga su oni u dijelu ispod razine mora do dubine  $T$  kompenzirani masom gustoće  $D'$ . Uz te uvjete Pratt-ova jednadžba (4-2,1) glasi

$$D'T + D_0 h = \text{konst.}, \quad (4-4,1)$$

gdje je  $h$  nadmorska visina stupca. Uvrsti li se za konstantu izraz (4-2,4) dobiva se

$$(D_0 - D')T = D_0 h. \quad (4-4,2)$$

Diferencija  $D_0 - D' = \Delta D'$  pokazuje za koliko je promijenjena gustoća zemljine kore ispod razine mora, zbog kompenzacije gustoće mase iznad razine mora. O toj veličini zavisi količina materije u jednom stupcu, uzeta iz dijela zemljine kore ispod razine mora, da bi se formirao dio stupca iznad razine mora (gorje).

Prema izrazu (4-4,2) promjena gustoće  $\Delta D'$  iznosi

$$\Delta D' = 2,67 \frac{h}{T}, \quad (4-4,3)$$

a gustoća  $D'$  stupca ispod razine mora jest

$$D' = D_0 - 2,67 \frac{h}{T}. \quad (4-4,4)$$

Izraz pokazuje da je kod gorja gustoća  $D'$  dijela ispod razine mora manja od gustoće dijela iznad razine mora.

U čvrstim dijelovima zemljine kore koji su pokriveni morem je obratno. Tamo će prema izrazu (4-2,3) vrijediti jednadžba

$$D''(T-d) + 1,03d = \text{konst.}, \quad (4-4,5)$$

u kojoj je  $D''$  gustoća čvrste kore od dna mora do izostatske plohe. Uvrsti li se za konstantu izraz (4-2,4) dobiva se



$$D''(T-d) + 1,03 d = D_0 T, \quad (4-4,6)$$

odn.

$$(D_0 - D'')T + D''d - 1,03 d = 0. \quad (4-4,7)$$

Diferencija  $D_0 - D'' = \Delta D''$  pokazuje za koliko je promijenjena gustoća zemljine kore od dna oceana do izostatske plohe. O toj veličini zavisi količina materije u jednom stupcu uzeta iz dijela od razine mora do dna oceana da bi se formirala dolina koju ispunjava more.

Prema izrazu (4-4,7) promjena gustoće  $\Delta D''$  iznosi

$$\Delta D'' = -1,64 \frac{d}{T - d} \quad (4-4,8)$$

a gustoća  $D''$  stupca čvrste kore

$$D'' = D_0 + 1,64 \frac{d}{T - d}. \quad (4-4,9)$$

Izraz pokazuje da je gustoća  $D''$  dijelova čvrste kore koji su pokriveni morem veća od gustoće  $D_0$  čvrste kore dijelova koji su iznad ili tačno do razine mora.

Primijenit ćemo sada izloženo razmatranje na redukciju mjerenih vrijednosti akceleracije teže na kontinentu. Pokazano je da se gorje ne očituje u nekoj dodatnoj masi, čije se djelovanje kod redukcije Bouguer-ovom i topografskom korekcijom treba ukloniti. Mase iznad razine mora podignute su iz dubine i taj višak tačno je jednak nedostatku mase ispod razine mora. Jedino uz taj uvjet se zemljina kora nalazi u ravnoteži a koja bi se očito poremetila samo primjenom Bouguer-ove i topografske korekcije kod redukcije mjerenih vrijednosti akceleracije teže u svrhu istraživanja undulacija geoida. Vidljive nepravilnosti masa nisu jedine, postoje i nevidljive nepravilnosti koje u većini slučajeva imaju s u p r o t n o djelovanje i karakter od vidljivih. Stoga se kod redukcije treba voditi računa i o kompenzatornom djelovanju slojeva u unutrašnjosti Zemlje.

Do takvog zaključka došlo se je na temelju toga, što se je pokazalo da je prostorna raspodjela reduciranih vrijednosti akceleracije teže Bouguer-ovom i topografskom korekcijom nepravilnija od raspodjele mjerenih vrijednosti reduciranih samo Faye-ovom korekcijom.

Stoga se za određivanje anomalija teže u svrhu određivanja undulacija geoida, na mjerene vrijednosti akceleracije teže primjenjuje izostatska redukcija, koja se za tačke na kopnu sastoji iz dva tri dijela:

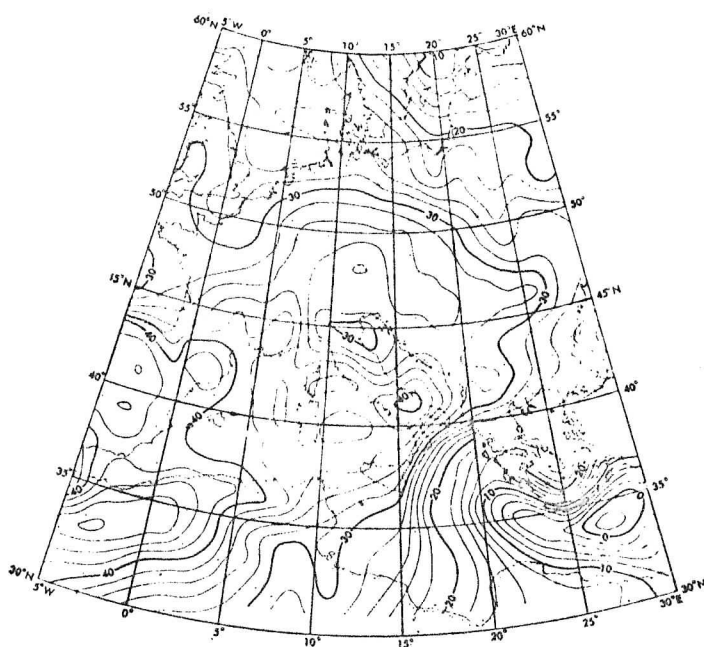
- od mjerenih vrijednosti akceleracije teže o d u z m e se vertikalna komponenta privlačnog djelovanja svih masa iznad razine mora što znači da se primijeni Bouguer-ova i topografska korekcija;
- zatim se tako dobivenim vrijednostima d o d a j e vertikalna komponenta privlačnog djelovanja tih masa na tačku u nadmorskoj visini  $h$  ali kao da se one nalaze ispod razine mora tj. one dopunjuju zemljinu koru do neporemećenog ustrojstva (korekcija kompenzacije);
- iza te dvije operacije vrijednost akceleracije teže još nije korigirana Faye-ovom korekcijom (tačka mjerenja je ostala izvan mase u nadmorskoj visini  $h$ ) pa treba primijeniti i tu korekciju.

Za određivanje korekcije kompenzacije koristi se formula (2-5,3) uz odgovarajuće modifikacije. Gustoća koja se pri tom primjenjuje dobiva se kod Pratt-Hayfordove metode prema izrazu (4-4,4). Za najvjerojatniju vrijednost dubine izostatske plohe  $T$  uzima se ona, koja daje što pravilniju raspodjelu anomalija teže (Hayford, 120 km).

Korekcija kompenzacije izvodi se također i na principima Airy-evog modela izostazije a koji je - kako ćemo kasnije vidjeti - mnogo vjerojatniji i bliži stvarnom stanju u zemljinoj kori.

Naprijed izložena razmatranja prikazuju opću i određenju zakonitost, koja treba da postoji u zemljinoj kori ali - zbog njene čvrstoće - mogući su mjestimični otkloni od hidrostatske ravnoteže tj. nehomogenost masa a koja uzrokuje otklon viska i anomalije teže.

Kako je već naprijed spomenuto geoid se prikazuje linijama jednakog odstupanja od plohe elipsoida referencije.



Sl. 4 - 4,2

U Sl.4-4,2 prikazan je geoid za područje Evrope i to od  $30^{\circ}$ - $60^{\circ}$ N geografske širine i  $5^{\circ}$ -  $30^{\circ}$ E geografske dužine. Ploha geoida prikazana je linijama otklona za interval od po 2 m. Otkloni variraju od +40 m do 0 m i svuda su pozitivni. Duž meridijana  $25^{\circ}$ N postoje odstupanja od 15 m na dužini od samo 150 km.

## 5. M A G N E T I Z A M Z E M L J E

### 5.1. Opći pojmovi

S empiričkog stanovišta magnetsko stanje nekog tijela svodi se na dva izvora: ili na permanentne magnete ili na električne struje. Prva predodžba je veoma stara jer je odavno poznato da željezne rude koje nalazimo u prirodi pokazuju permanentni magnetizam (magnetit  $\text{Fe}_2\text{O}_3 \cdot \text{FeO}$ ). Kasnije se međutim otkrilo magnetsko djelovanje električne struje a koje je potpuno analogno onom kod prirodnih magneta.

Prema starijoj predodžbi magnetsko stanje tijela potječe od velikog broja elementarnih permanentnih magneta (magnetskih dipola) koji su sastavni dio materije dotičnog tijela. Dok je tijelo u demagnetiziranom stanju elementarni magneti unutar tijela su n e p r a v i l n o raspoređeni, djelovanje njihovih polja međusobno se neutralizira tako da ne postoji jedno rezultantno polje, koje bi pokazivalo magnetsko djelovanje tijela prema van. Ako se tijelo stavi u magnetsko polje elementarni magneti se p o r e d a j u i postavе paralelno sa smjerom polja i to tim bolje, što je vanjsko polje jače. Tijelo je time postalo magnet i ima svoje vlastito magnetsko polje koje se superponira s poljem, koje je u njemu i magnetizam izazvalo. Uklanjanjem vanjskog polja u m e k o m željezu elementarni magneti se opet poremete dok u t v r d o m željezu (čeliku) oni ostanu poredani i tijelo postane permanentan magnet.

Današnja fizika svodi magnetske pojave na djelovanje električne struje. Oko vodiča kroz koji teče električna struja postoji magnetsko polje a ako je vodič u obliku zavojnice, ona se u tom slučaju ponaša kao magnet. Stavi li se u zavojnicu željezna jezgra, tada se magnetsko polje oko zavojnice znatno pojača; ukloni li se jezgra magnetsko polje zavojnice poprimi prvotnu jakost. Da bi se dobila jakost magnetskog polja kao kad je bila u zavojnici željezna jezgra, potrebno je znatno povećati jakost struje. Dakle djelo-

vanje željezne jezgre ekvivalentno je povećanju jakosti električne struje. Odatle se zaključuje na egzistenciju elementarnih električnih struja u tijelu (željeznoj jezgri), koje se pod utjecajem magnetskog polja zavojnice u tijelu p o r e d a j u , tijelo postane magnet, njegovo polje se superponira s magnetskim poljem zavojnice i time dolazi do povećanog magnetskog efekta. Spomenute elementarne struje u tijelu postoje neprekidno (elementarni dipoli) i za njihovo održavanje nije potreban utrošak energije. Prema atomskoj teoriji spomenute elementarne struje potječu od kruženja elektrona oko jezgre atoma, gibanje kojih postoji bez trošenja energije.

Sve magnetske pojave mogu se dakle svesti na djelovanje električnih struja. Ne postoji magnetska materija niti o d v o j e - n o pozitivan i negativan magnetizam. Magnetiziranje nije vezano uz kemijske ili fizikalne promjene tijela koja se mogu magnetizirati.

Prostor u kome postoji magnetsko djelovanje jest magnetsko polje. Ono djeluje na magnet (unešen u polje) mehaničkom silom  $\vec{k}$ , za koju vrijedi izraz -analogan općem izrazu (2-7,1) za djelovanje polja sile-

$$\vec{k} = +m \vec{F}, \quad (5-1,1)$$

gdje je  $\vec{F}$  jakost magnetskog polja a veličina  $+m$  jakost pozitivnog magnetskog pola (karakteristično svojstvo označeno općenito sa  $w$ ). Time je dan odnos između mehaničke sile i jakosti magnetskog polja. Iz jednadžbe slijedi da je jakost magnetskog polja sila kojom polje djeluje na pozitivni magnetski pol jakosti 1.

Okolo svakog magneta postoji magnetsko polje i fiktivno možemo smatrati da je ishodište tog polja u slobodnim magnetskim nabojima, koji su na svakom magnetu skocentrirani na njegovim krajevima u tzv. m a g n e t s k i m p o l o v i m a . Za definiranje jakosti  $m$  magnetskog polja u CGS - sustavu koristimo Coulomb-ov

zakon koji kaže da je sila  $k$  kojom dva magnetska pola jakosti  $m$  i  $m'$  na udaljenosti  $r$  djeluju jedan na drugi proporcionalna njihovim jakostima a obrnuto proporcionalna kvadratu udaljenosti među njima, tj.

$$k = \text{konst} \frac{m m'}{r^2}. \quad (5-1,2)$$

Ako su polovi istog predznaka sila je odbojna a različitog sila je privlačna. Veličina konstante zavisi o izboru jedinice za jakost magnetskog pola. Postavimo li da je konstanta čist broj i jednak 1 i ako se polovi nalaze u vakuumu, a silu mjerimo u dinima, tada je

$$k = \frac{m m'}{r^2} \text{ g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}. \quad (5-1,3)$$

Iz tog izraza slijedi ova dimenzija jakosti magnetskog pola

$$[m] = \text{g} \frac{1}{2} \cdot \text{cm} \frac{3}{2} \text{ s}^{-1}, \quad (5-1,4)$$

a prema izrazu (5-1,1) dimenzija jakosti magnetskog polja (u vakuumu) jest

$$[F] = \text{g} \frac{1}{2} \cdot \text{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5-1,5)$$

Ta jedinica zove se *ersted* (Oersted).

Za mjerenja u magnetskom polju ne može se koristiti izraz (5-1,1), jer su i najmanji dijelovi do kojih bi došli polovljenjem jednog magneta magnetski dipoli. Kod dipola (polovi su jednake jakosti) definira se veličina *magnetski moment*  $\vec{M}$  magneta a to je produkt od jakosti  $m$  magnetskog pola i razmaka  $\vec{d}$  između polova, dakle

$$\vec{M} = m \cdot \vec{d}. \quad (5-1,6)$$

Dimenzija magnetskog momenta magneta jest

$$[M] = g \frac{1}{2} \cdot \text{cm} \frac{5}{2} \cdot \text{s}^{-1}. \quad (5-1,7)$$

Kod realnih magneta magnetski pol i moment su idealizirane veličine. Značenje povezanosti veličina u pojmu "magnetski moment" jest u tome, što realni magneti sasvim r a z l i č i - t o g oblika mogu imati j e d n a k i magnetski moment i stoga prema vani jednako djelovanje.

Magnetsko polje magneta može se prikazati silnicama. To su krivulje čije tangente u svakoj tački prostora pokazuju smjer magnetskog polja. Mjerni broj  $F$  jakosti magnetskog polja definira se tada g u s t o ć o m silnica a to je broj silnica koji prolazi kroz plohu jediničnog presjeka o k o m i t o g na silnice. Taj mjerni broj  $F$  odredi se primjenom Coulomb-ovog zakona (5-1,2) u kojem postavimo da se u udaljenosti  $r$  od magnetskog pola jačine  $+m$  nalazi magnetski pol jakosti  $1$  ( $m' = 1$ ). U tom slučaju nam taj zakon u udaljenosti  $r$  od magnetskog pola jačine  $+m$  daje ovu jakost  $F$  magnetskog polja

$$F = \frac{m}{r^2}, \quad (5-1,8)$$

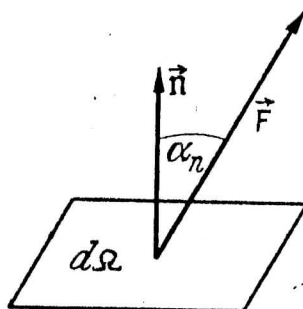
a to je broj silnica, koji prolazi na udaljenosti  $r$  od pola kroz  $1 \text{ cm}^2$  plohe kugle, jer silnice iz pola teku radijalno na sve strane. Kroz površinu cijele kugle prolazit će

$$4\pi r^2 \cdot \frac{m}{r^2} = 4\pi m \quad (5-1,9)$$

silnica a to je ujedno i broj silnica koji izlazi iz magnetskog pola jakosti  $m$ , što znači da ukupan broj silnica ne zavisi o udaljenosti.

Broj silnica koji prolazi kroz plohu proizvoljne orijentacije i površine  $\Omega$  zove se f l u k s (tok). Označimo li  $\alpha_n$  kut između normale  $n$  na element plohe  $d\Omega$  i smjera jakosti polja  $F$  u tom elementu tada će fluks  $d\Phi$  kroz plohu  $d\Omega$  biti

$$d\Phi = F \cos \alpha_n \cdot d\Omega,$$



Sl. 5 - 1,1

a ukupan fluks kroz plohu  $\Omega$

$$\Phi = \sum_{\Omega} F \cos \alpha_n \cdot d\Omega. \quad (5-1,10)$$

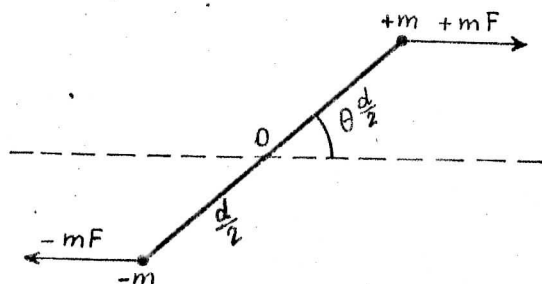
Taj izraz pokazuje da za  $\alpha_n = 0$  kroz plohu  $\Omega$  prolazi maksimalan broj silnica a za  $\alpha_n = 90^\circ$  fluks je nula.

Jednadžbom

$$\Phi = \text{konst}$$

definirana je tzv. s i l o c i j e v čija karakteristika je da kroz dva ortogonalna presjeka takve cijevi prolazi jednaki broj silnica. Na mjestima gdje je ona uža polje je jače a gdje je šira polje je slabije. Ako je silocijev konstantnog presjeka, unutar nje je polje homogeno. Homogeno magnetsko polje karakterizira paralelan tok silnica i jednaka gustoća.

Nalazi li se permanentan magnet s jakostima polova  $+m$  i  $-m$  čiji je razmak  $l$  u homogenom magnetskom polju jakosti  $F$  a os magneta sa smjerom polja zatvara kut  $\Theta$ , tada na polove polje djeluje silama  $+mF$  i  $-mF$ . Obe sile jednake su po iznosu a suprotne po



Sl. 5 - 1,2



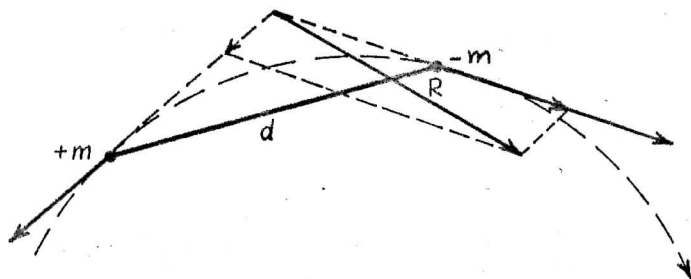
smjeru i tvore mehanički par sila, koji nastoji postaviti magnet u smjer polja tj. zakrenuti ga (bez pomaka duž polja). Zakretni moment  $N$  tog para sila po iznosu jednak je sumi statičkih momenta jedne i druge sile

$$N = (-mF \frac{d}{2} \sin \theta) + (+mF \frac{d}{2} \sin \theta) = MF \sin \theta. \quad (5-1,11)$$

Dimenzija zakretnog momenta jest

$$[N] = g \cdot cm^2 \cdot s^{-2}. \quad (5-1,12)$$

Kad se magnet unese u n e h o m o g e n o magnetsko polje kod polova magneta jakost polja neće biti jednaka ni po iznosu ni po smjeru. U tom slučaju suma svih sila koje djeluju na magnet daje općenito jedan par sila i jednu resultantnu silu. Par sila ga zakrene a resultantna sila nastoji pomaknuti magnet u smjeru u kome jakost polja raste (na pr. približimo li komadić željeza potkovastom magnetu on će željezo privući ).



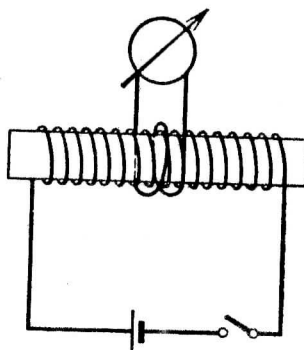
Sl. 5 - 1,3

Spomenut ćemo da se u magnetizmu Zemlje i danas upotrebljavaju jedinice definirane prema CGS sustavu kako je to naprijed izloženo.

## 5-2. Materija i magnetsko polje

Izrazi za Coulombov zakon, jakost magnetskog polja i fluks, kako su prikazani u prethodnom poglavlju vrijede za slučaj da je okolina magneta vakuum. Takvi odnosi postoje samo do površine materijalnih tijela koja su unesena u magnetsko polje, dok u materiji dolazi do izmjeničnog djelovanja između polja i materije. Već je spomenuto da polje u materiji poreda elementarne permanentne magnete odn. elementarne električne dipole i time uzrokuje magnetiziranje materije. Za određivanje mjere tog magnetiziranja

potrebno je upoznati veličine koje karakteriziraju materiju u magnetskom pogledu.



Sl. 5 - 2,1

Zamislamo da u magnetsko polje zavojnice kroz koju puštamo električnu struju unosimo različite materije a jakost magnetskog polja ocjenjujemo prema induciranoj elektromotornoj sili u drugoj zavojnici koja je priključena na galvanometar i to za vrijeme uključivanja i isključivanja električne struje (Sl.5-2,1). Tada će se materije moći podijeliti u tri grupe:

- d i a m a g n e t n e tvari, uzrokuju s m a n j e n j e j a -  
kosti polja unutar zavojnice,
- p a r a m a g n e t n e tvari, uzrokuju p o v e ć a n j e  
jakosti polja unutar zavojnice,
- f e r o m a g n e t n e tvari, uzrokuju znatno povećanje jakosti  
polja unutar zavojnice;

naravno sve to u odnosu na jakost polja, dok u zavojnici nije bilo materije.

Označimo li jakost magnetskog polja u vakuumu sa  $\vec{F}$  a sa  $\vec{F}'$  jakost dodatnog polja, koje potječe od materije, tada vrijedi odnos

$$\vec{F}' = 4\pi k \vec{F} \quad \text{odn.} \quad F' = 4\pi k F, \quad (5-2,1)$$

jer jakost dodatnog polja  $F'$  zavisi o jakosti polja  $F$ . Veličina  $k$  zove se s u s c e p t i b i l i t e t i on je mjera za lakoću kojom se tvar magnetizira. Time ta veličina karakterizira magnetsko svojstvo materije. Kod paramagnetskih i feromagnetskih

tvari ona je pozitivna a kod diamagnetskih je negativna. Osim toga kod para- i diamagnetskih tvari je konstantna veličina dok kod feromagnetskih tvari zavisi o jakosti polja  $F$ . Susceptibilitet vakuuma je nula.

Ukupna jakost polja u materiji ( $\vec{F} + \vec{F}'$ ) zove se m a g n e t - s k a i n d u k c i j a i označuje se simbolom  $\vec{B}$ . Magnetska indukcija jest

$$\vec{B} = \vec{F} + \vec{F}' = \vec{F} + 4\pi k \vec{F} = (1+4\pi k) \vec{F},$$

odn.

$$\vec{B} = \mu \vec{F}, \quad (5-2,2)$$

gdje veličina  $\mu = (1+4\pi k)$  i zove se p e r m e a b i l i t e t (propustljivost). Kod para -i diamagnetskih tvari permeabilitet se malo razlikuje od jedan, dok kod feromagnetskih tvari  $\mu \gg 1$ . Osim toga za paramagnetske tvari  $\mu > 1$  a za diamagnetske  $\mu < 1$ .

Magnetska indukcija  $B$  je stvarna jakost magnetskog polja u magnetiziranoj materiji. Jedinica za magnetsku indukciju zove se 1 gaus i ima istu dimenziju kao i ersted (izraz 5-1,5). Premda je magnetsko polje Zemlje u uzduhu (materiji) ipak se za jakost tog magnetskog polja upotrebljava jedinica ersted. Susceptibilitet i permeabilitet nemaju dimenziju.

Iz naprijed spomenutih veličina izvodi se najvažnije svojstvo magnetizirane materije a to je i n t e n z i t e t m a g n e - t i z i r a n j a  $\vec{J}$ , što se također zove i magnetiziranje ili polarizacija.

Već je izvedeno da iz magnetskog pola permanentnog magneta jakosti  $m$  izlazi  $4\pi m$  silnica. Broj tih silnica potječe od magnetskog polja  $F'$  materije i on je jednak  $q \cdot (B-F)$ , gdje je  $q$  veličina plohe na kraju magneta koja je okomita na silnice. Oba izraza su identična pa je

$$4\pi m = q \cdot (B-F),$$

odakle slijedi da je jakost pola

$$m = \frac{q(B-F)}{4\pi}.$$

Na jedinicu površine kraja magneta otpada dio jakosti pola  $m/q$  a to je intenzitet magnetiziranja  $\mathcal{J}$  tj.

$$\mathcal{J} = k\vec{F} \quad \text{odn.} \quad \mathcal{J} = kF. \quad (5-2,3)$$

Intenzitet magnetiziranja ima ovo značenje. Ako je  $l$  razmak među polovima tijela koje se je magnetiziralo a površina presjeka  $q$ , tada je jakost pola  $m$  na krajevima

$$m = \mathcal{J}q.$$

Magnetski moment  $M$  tijela jest

$$M = \mathcal{J}q \cdot d,$$

odakle slijedi

$$\mathcal{J} = \frac{M}{q \cdot d},$$

što znači, da pojam intenzitet magnetiziranja predstavlja magnetski moment jedinice volumena magnetiziranog tijela ( $q \cdot d$  je volumen magneta).

Izraz za magnetsku indukciju  $B$  može se izraziti i s intenzitetom magnetiziranja  $\mathcal{J}$  i glasi

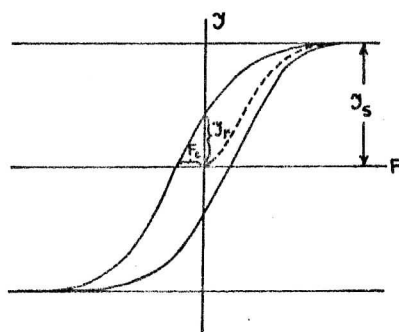
$$B = F + 4\pi\mathcal{J}. \quad (5-2,4)$$

Intenzitet magnetiziranja je najvažnije svojstvo magnetizirane materije i adekvatno je gustoći kod gravitacionih efekata masa.

Uz jednadžbu (5-2,2) potrebno je spomenuti da je shvaćanje magnetske indukcije  $B$  kao sume jakosti polja  $F$  koje bi bilo u vakuumu i jakosti dodatnog polja  $F'$  od materije vrijedi kod tvari, kojih se permabilitet malo razlikuje od 1 a to je kod para- i diamagnetskih tvari. Kod feromagnetskih tvari ( $\mu \gg 1$ ) odnosi su mnogo složeniji. No u svakom slučaju vrijedi da veličina  $B$  predstavlja pravu (stvarnu) jakost polja u magnetiziranoj materiji.

Ponašanje feromagnetskih tvari kod magnetiziranja vidljivo je iz tzv. *k r i v u l j e h i s t e r e z e* (Sl.5-2,2), koja daje odnos između jakosti magnetskog polja  $F$  i intenziteta magnetiziranja  $\mathcal{J}$  materije. Osnovne karakteristike procesa magnetiziranja i demagnetiziranja feromagnetskih tvari jesu ove:

- veza između jakosti polja i magnetiziranja tijela, koje prije nije bilo magnet (krivulja  $\mathcal{J}$ ) ne ponavlja se kod demagnetiziranja;
- magnetiziranje tijela vezano je uz postizavanje određene maksimalne vrijednosti (zasićenje  $\mathcal{J}_s$ ) koja se ne može premašiti usprkos povećanju jakosti  $F$  vanjskog polja;
- smanjenjem jakosti polja  $F$  na nulu tijelo (tvar) zadrži određeni iznos magnetiziranja (remanentni magnetizam  $\mathcal{J}_r$ ) a da i njega izgubi potrebno ga je izložiti djelovanju vanjskog polja suprotnog smjera i određene jakosti (koercitivna sila  $F_0$ );
- kod svih magnetskih kružnih procesa, kod kojih se ne postiže zasićenje  $\mathcal{J}_s$ , vrijednosti intenziteta magnetiziranja  $\mathcal{J}$  nalazit će se uvijek unutar *krivulje histereze*, koja pokazuje zasićenje; i
- prilikom svakog magnetskog kružnog procesa, kojem je tijelo izloženo ono se ugrije.



Sl. 5 - 2,2

Naprijed spomenute magnetske karakteristike materije objašnjava **atomska fizika** tako da diamagnetizam i paramagnetizam pripisuje svojstvima atoma dok feromagnetizam zavisi i o strukturi dotične tvari.

Kod atoma diamagnetskih tvari pojedini elektroni kruže oko jezgre tako da se magnetski momenti tih kružnih struja kod svakog atoma poništavaju. Stoga ti atomi ne posjeduju prirodan magnetski moment. Međutim kod atoma paramagnetskih tvari ne dolazi do međusobnog poništavanja magnetskih momenata kružnih struja elektrona i ti atomi posjeduju prirodan magnetski moment.

Kad se diamagnetska tvar stavi u magnetsko polje tada nastaju kod kružnih struja u atomu dodatne struje indukcije, kojih magnetsko polje ima suprotan smjer vanjskom polju. Tačnije rečeno one kružne struje u atomu, čije magnetsko polje ima suprotan smjer vanjskom polju se - zbog indukcije - pojačavaju a one, čije polje ima - također zbog indukcije - isti smjer kao vanjsko polje slabije. U diamagnetskoj tvari prevladava djelovanje onih atoma, čiji su magnetski momenti takve orijentacije, da slabije vanjsko magnetsko polje. Kad vanjsko polje prestaje djelovati, dolazi opet kod kružnih struja u atomima do pojava indukcije, koje su sada jednake po iznosu a suprotne po smjeru prethodnim i tvar se vrati u prvotno stanje. Diamagnetizam je posljedica djelovanja indukcije.

Međutim atomi paramagnetskih tvari posjeduju prirodan magnetski moment i oni se pod utjecajem vanjskog polja tako poredaju da pojačavaju vanjsko polje. Naravno da i kod atoma paramagnetskih tvari dolazi istodobno do analognih pojava kao kod diamagnetskih tvari ali utjecaj prirodnih magnetskih momenata ovdje prevladava.

Feromagnetizam ne može se objasniti spomenutim procesima u atomima, iako se atomi feromagnetskih i paramagnetskih tvari međusobno ne razlikuju. Uzrok feromagnetizma svodi se na posebne molekularne veze u feromagnetskim tvarima, koje u većini slučajevima jesu slitine (legure) i imaju kristaliničnu strukturu. Kod stavljanja u magnetsko polje u tvari se mikrokristali kao cjeline orijentiraju u smjer polja. Pri tom vanjsko polje treba

svladati elastične sile, kojima su mikrokristali vezani. Time se objašnjava krivulja histereze (remanentni magnetizam, koercitivna sila) a pojava zasićenja svodi se na orijentaciju svih raspoloživih mikrokristala u tvari.

### 5-3. Geomagnetski elementi

Iz činjenice da oko Zemlje postoji magnetsko polje koje sudjeluje u njenom gibanju (rotaciji, revoluciji) može se zaključiti da se i Zemlja ponaša kao jedan magnetski dipol. Još danas nije objašnjeno porijeklo magnetizma Zemlje, no vrlo je vjerojatno da jedan dio njenog magnetizma potječe od željeza, od kojeg se Zemlja najvećim dijelom i sastoji. Postoje i mišljenja da je magnetiziranje Zemlje u vezi s njenom rotacijom oko osi.

Zemlja kao magnetski dipol ima magnetske polove koji se nalaze u blizini geografskih polova. Za određivanje predznaka polova kod standardnih magneta koristi se magnetizam Zemlje. Onaj pol koji kod magnetske igle kompasa pokazuje prema *g e o g r a f s k o m* *s j e v e r u* jest *p o z i t i v a n* a onaj koji pokazuje prema jugu jest *n e g a t i v a n*. Prema tome *s j e v e r n i* magnetski pol Zemlje jest *n e g a t i v a n* (silnice ulaze) a *j u ž n i* pol jest *p o z i t i v a n* (silnice izlaze). Položaj magnetskih polova Zemlje za 1945. godinu jest

- sjeverni magnetski pol  $\varphi = 76^{\circ}\text{N}$  i  $\lambda = 98^{\circ}\text{W}$ ,
- južni " "  $\varphi = 69^{\circ}\text{S}$  i  $\lambda = 147^{\circ}\text{E}$ .

Magnetizam Zemlje omogućuje primjenom kompasa orijentaciju na njenoj površini i kod plovidbe drvenim brodovima odigrao je važnu ulogu u historiji čovječanstva (otkriće novih kontinenata itd). Osim toga magnetizam Zemlje se koristi za istraživanje njene unutrašnjosti odgovarajućim mjerenjima na površini Zemlje.

Oko Zemlje postoji magnetsko polje. Jedan magnet koji se može slobodno gibati oko svog težišta postavlja se u svakoj točki Zemlje u određen položaj i time pokazuje egzistenciju magnetske sile.

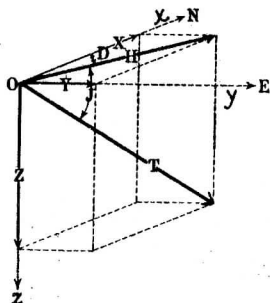
Polje koje potječe od magnetizma Zemlje zove se *g e o m a g - n e t s k o* polje. Jakost i smjer tog polja mijenja se prostorno i vremenski. Geomagnetsko polje je nehomogeno ali na dužinama koje su jednake dužinama magneta s kojima se koristimo u praksi ono je homogeno, tako da na njih to polje djeluje samo zakretnim momentom (ne uzrokuje i pomak magneta).

Da bi na neko tijelo djelovala magnetska sila, ono mora biti magnet. U općoj jednažbi polja sile  $\vec{k} = w\vec{F}$  (jedn.2-7,1) karakteristično svojstvo  $w$  tijela za magnetsko polje jest jakost magnetskog pola  $+m$ , tako da u geomagnetskom polju vrijedi za magnetsku silu  $\vec{k}$

$$\vec{k} = +m\vec{T}, \quad (5-3,1)$$

gdje je  $\vec{T}$  jakost magnetskog polja Zemlje, koja veličina se u geomagnetizmu zove *t o t a l n i i n t e n z i t e t*. Totalni intenzitet numerički je jednak sili kojom magnetsko polje Zemlje djeluje na pozitivan (sjeverni) magnetski pol jakosti 1.

Totalni intenzitet rastavlja se u komponente i to u odnosu prema prostornom pravokutnom koordinatnom sistemu. Os  $x$  tog koordinatnog sistema jest horizontalna i u ravnini geografskog meridijana mjesta (+prema N), os  $y$  je horizontalna i okomita na geografski meridijan (+prema E) a os  $z$  je vertikalna (+prema dolje). U Sl.5-3,1 rastavljen je totalni intenzitet  $\vec{T}$  (smjer mu odgovara



Sl. 5 - 3,1



položaju slobodnog magneta u srednjim geografskim širinama) u komponente  $X$ ,  $Y$  i  $Z$ . Komponenta u horizontalnoj ravnini označena je sa  $H$ . Ona je rezultanta  $X$  i  $Y$  komponente i zove se h o r i - z o n t a l n i i n t e n z i t e t a predstavlja jakost i smjer geomagnetskog polja u horizontalnoj ravnini. Vertikalna komponenta  $Z$  također ima ime i zove se v e r t i k a l n i i n t e n - z i t e t i predstavlja jakost geomagnetskog polja u smjeru vertikalne na dotičnom mjestu.

Spomenute komponente jesu g e o m a g n e t s k i e l e m e n - t i i to su sile. Ali u geomagnetske elemente ubrajamo još i dva kuta i to su m a g n e t s k a d e k l i n a c i j a  $D$  i i n k l i n a c i j a  $I$ .

Magnetska deklinacija određuje smjer horizontalnog intenziteta u odnosu prema geografskom meridijanu. Budući da kod Zemlje postoje magnetski polovi, analogno geografskim meridijanima mogu se definirati i magnetski meridijani. Smjer horizontalnog intenziteta daje položaj magnetskog meridijana na horizontu (smjer u koji se postavlja magnetska igla kompasa). Uz te pojmove magnetska deklinacija može se definirati i kao kut između geografskog i magnetskog meridijana odn. kao kut između smjera prema geografskom i magnetskom sjeveru. Ona se broji od geografskog sjevera pozitivno preko istoka od  $0^{\circ}$ - $360^{\circ}$ . Ako je veća od  $180^{\circ}$  uobičajeno je izraziti je nadopunom do  $360^{\circ}$  i označiti je kao zapadnu odn. negativnu, jer se u tom slučaju broji suprotno (preko zapada).

Smjer totalnog intenziteta u ravnini magnetskog meridijana u odnosu prema horizontalnoj ravnini određuje inklinacija. To je kut između horizontalne ravnine i smjera totalnog intenziteta. Broji se od horizontalne ravnine prema dolje od  $0^{\circ}$ - $90^{\circ}$  i to ako pozitivni pol magneta pokazuje prema dolje inklinacija je (+) a ako negativni inklinacija je (-).

Iz Sl.5-3,1 vidi se da između totalnog intenziteta i geomagnetskih elemenata postoje ovi odnosi:

$$\begin{aligned} X &= T \cdot \cos I \cdot \cos D, \\ Y &= T \cdot \cos I \cdot \sin D, \end{aligned} \quad (5-3,2)$$

$$Z = T \cdot \sin I ;$$

$$\begin{aligned} H &= T \cdot \cos I, \\ X &= H \cdot \cos D, \\ Y &= H \cdot \sin D ; \end{aligned} \quad (5-3,3)$$

$$T = \sqrt{H^2 + Z^2} = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}. \quad (5-3,4)$$

Iz prednjih jednažbi vidljivo je da je za određivanje totalnog intenziteta potrebno poznavati najmanje tri geomagnetska elementa.

#### 5-4. Apsolutna mjerenja i instrumenti

Od apsolutnih mjerenja geomagnetskih elemenata izvode se mjerenja magnetske deklinacije, inklinacije i horizontalnog intenziteta. Za određivanje magnetske deklinacije i horizontalnog intenziteta služi **g e o m a g n e t s k i t e o d o l i t** a mjerenje inklinacije vrši se **g e o m a g n e t s k i m i n d u k t o r o m**. Prikazat ćemo osnovne principe na kojima se osnivaju spomenuta mjerenja.

Mjerenje magnetske deklinacije. Ono se sastoji iz dva dijela i to iz određivanja smjera prema geografskom i smjera prema magnetskom sjeveru, razlika kojih je magnetska deklinacija.

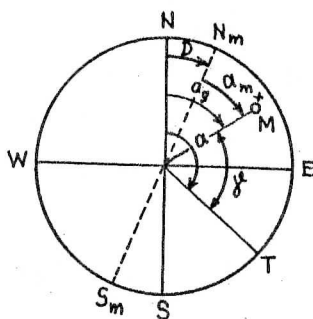
Smjer prema geografskom sjeveru nije na horizontu obilježen i on se ne može teodolitom direktno vizirati. Stoga se on fiksira geografskim azimutom jednog terestričkog objekta a to je kut u stajalištu u ravnini prividnog horizonta između projekcije geografskog meridijana na taj horizont (tzv. podnevna linija) i presječnice vertikalne ravnine, koja prolazi kroz dotični objekt, s ravninom istog horizonta. Broji se od sjevera preko istoka od  $0^{\circ}$ - $360^{\circ}$ .

Geografski azimut terestričkog objekta određuje se pretežno astronomskim putem i to tako da se teodolitom izmjeri kut u horizontalnoj ravnini što ga zatvara smjer prema terestričkom objektu

i jednom nebeskom tijelu u određeni čas. Označimo li taj kut sa  $\varphi$  a azimut nebeskog tijela u taj čas -koji se može izračunati prema formuli (15-3,4)- sa  $a$ , tada je geografski azimut  $a_g$  terestričkog objekta (Sl.5-4,1)

$$a_g = a - \varphi, \quad (5-4,1)$$

u kojem izrazu se azimut  $a$  nebeskog tijela broji od sjevera preko istoka od  $0^\circ$ - $360^\circ$ .



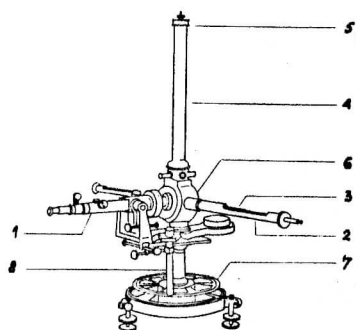
Sl. 5 - 4,1

Položaj projekcije magnetskog meridijana na prividni horizont kao i smjer prema magnetskom sjeveru (smjer horizontalnog intenziteta) daje magnet obješen na niti ili magnet postavljen na šiljku ali tako da se može slobodno gibati samo u horizontalnoj ravni (horizontalan magnet). To se postiže tako da se odgovarajućim opterećenjem magnetu anulira inklinacija. Magnet ima na krajevima postavljena zrcala -okomito na os magnetu- i njegov se položaj u magnetskom meridijanu može durbinom teodilita vizirati i time direktno odrediti magnetski azimut  $a_m$  istog terestričkog objekta. Deklinacija  $D$  jest

$$D = a_g - a_m, \quad (5-4,2)$$

što se vidi iz Sl.5-4,1 gdje je N-S položaj projekcije geografskog meridijana a  $N_m$ - $S_m$  položaj projekcije magnetskog meridijana.

Mjerenje horizontalnog intenziteta. Ono se izvodi jednim magnetom koji se može i objesiti na nit tako da slobodno njiše u horizontalnoj ravnini i koristiti kao deflektor tj. njime otklanjati u horizontalnoj ravnini iz određenog položaja jedan drugi horizontalan magnet. Na geomagnetskom teodolitu postoje za to odgovarajući uređaji (Sl.5-4,2).



- 1 durbin teodolita
- 2 postolje za deflektor
- 3 deflektor
- 4 cijev za nit magneta
- 5 torziona glava
- 6 kučište za magnet
- 7 horizontalni limb
- 8 mikroskop za očitavanje limba

Sl. 5 - 4,2

Stoga se mjerenje horizontalnog intenziteta sastoji iz dva dijela: u jednom se iz mjerenja perioda njihanja horizontalnog magneta određuje produkt magnetskog momenta  $M$  magneta i horizontalnog intenziteta  $H$  (produkt  $M \cdot H$ ) a u drugom koristeći isti magnet kao deflektor, kvocijent horizontalnog intenziteta  $H$  i magnetskog momenta  $M$  magneta (kvocijent  $H/M$ ).

Otkloni li se horizontalan magnet koji visi na niti iz magnetskog meridijana i pusti, on će njihati u horizontalnoj ravnini oko spomenutog položaja pod utjecajem horizontalnog intenziteta analogno kao što i njihalo njiše u vertikalnoj ravnini pod utjecajem teže. Pretpostavimo li da je kod tog njihanja jedina djelujuća sila horizontalni intenzitet  $H$ , tada će vrijeme  $S_m$  jednog njihaja magneta (polovina perioda) zavisiti o momentu ustrajnosti  $K$  magneta, magnetskom momentu  $M$  magneta i horizontalnom intenzitetu  $H$  prema izrazu

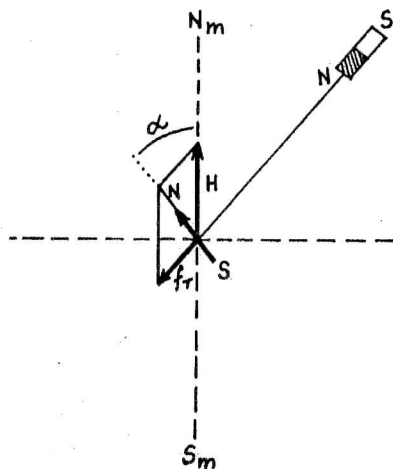
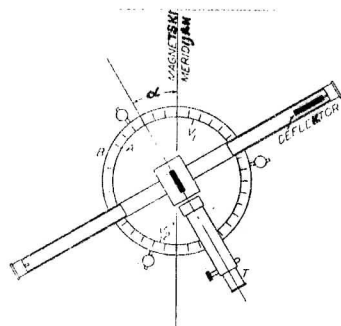
$$S_m = \pi \sqrt{\frac{K}{M \cdot H}} , \quad (5-4,3)$$

koji je analogan izrazu za poluperiod njihanja njihala u polju teže. Izmjeri li se pomoću ure vrijeme  $S_m$  jednog njihaja magneta tada se, uz poznavanje veličine  $K$  magneta, može odrediti produkt

$$M \cdot H = \frac{\pi^2 K}{S_m^2} . \quad (5-4,4)$$

Samo iz mjerenja vremena jednog njihaja magneta ne može se primjenom prednjeg izraza odrediti horizontalni intenzitet, jer se magnetski moment  $M$  magneta, zbog nepoznavanja razmaka među polovima magneta, ne može neposredno odrediti primjenom formule (5-1,6) kojom je ta veličina definirana.

Stoga u drugom dijelu mjerenja magnet kojem se je mjerio period skine se sa niti i na nit objesi drugi manji magnet. On će se postaviti u smjer magnetskog meridijana. Kad mu se u istoj horizontalnoj ravnini približi i magnet kojem se je u prvom dijelu mjerenja određivao poluperiod (deflektor), on će se otkloniti iz magnetskog meridijana za određeni kut, jer će na njega djelovati pored horizontalnog intenziteta i jedna komponenta jakosti polja deflektora. Pri tom kod mjerenja horizontalnog intenziteta putnim geomagnetskim teodolitom koristimo onaj kut odklona  $\alpha$ , za koji će se otkloniti manji magnet u položaju, kad je os deflektora okomita na os manjeg magneta (Sl. 5-4,3). Taj položaj zove se I Lamontov položaj.



Sl. 5 - 4,3

Može se pokazati da <sup>tada</sup> radijalna komponenta  $f_r$  jakosti polja jednog magneta u točki prostora koja je na udaljenosti  $r$  od njegovog središta zavisi o magnetskom momentu  $M$  magneta i udaljenosti  $r$  prema izrazu

$$f_r = \frac{2M}{r^3} . \quad (5-4,5)$$

Kod deflektora i manjeg magneta  $r$  je razmak između središta deflektora i središta manjeg magneta i tada kut otklona manjeg magneta zavisi o iznosu horizontalnog intenziteta  $H$  i iznosu radijalne komponente  $f_r$  jakosti polja deflektora u središtu manjeg magneta tj. sinus kuta  $\alpha$  otklona jest

$$\sin \alpha = \frac{f_r}{H} . \quad (5-4,6)$$

Uvrsti li se za  $f_r$  izraz (5-4,5) dobije se

$$\frac{H}{M} = \frac{2}{r^3 \sin \alpha} . \quad (5-4,7)$$

Prema tom izrazu može se mjerenjem kuta  $\alpha$  i poznavanjem udaljenosti  $r$  odrediti kvocijent  $H/M$ .

Izraz (5-4,3) od prvog dijela mjerenja i izraz (5-4,7) od drugog dijela mjerenja daju dvije jednadžbe s nepoznanicama  $H$  i  $M$ , čije je rješenje

$$H^2 = \frac{2 \pi^2 K}{r^3 s_m^2 \sin \alpha} \quad \text{i} \quad M^2 = \frac{\pi^2 K r^3 \sin \alpha}{s_m^2} . \quad (5-4,8)$$

Označi li se sa

$$c = \pi \sqrt{\frac{2K}{r^3}} \quad \text{i} \quad c' = \pi \sqrt{\frac{r^3 K}{2}} ,$$

izrazi za  $H$  i  $M$  glase

$$H = \frac{c}{s_m \sqrt{\sin \alpha}} \quad \text{i} \quad M = \frac{c' \sqrt{\sin \alpha}}{s_m} . \quad (5-4,9)$$

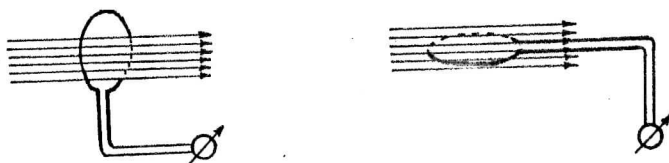
$C$  i  $C'$  jesu konstantne veličine jednog geomagnetskog teodolita i to tako dugo dok se na instrumentu, magnetima i ostalom priboru teodolita ništa nije promijenilo.

Potrebno je ukazati na činjenicu da u naprijed spomenutim izrazima nisu uzete u obzir i druge sile, djelovanje kojih kod mjerenja postoji. To je u prvom redu sila torzije niti koja kod određivanja magnetskog azimuta terestričkog objekta utječe na položaj magneta a kod mjerenja horizontalnog intenziteta na period njihovanja magneta. Zatim u prikazanim formulama nisu uzete u obzir dimenzije magneta kao i niz drugih faktora (temperatura, magnetska indukcija, hod ure) o kojima treba voditi računa. Stoga se tim formulama dodaje niz korekcija, kako bi rezultati mjerenja dali one magnetske veličine, koje se mjerenjem i žele odrediti.

Mjerenje inklinacije. Za mjerenje inklinacije koristi se pojava elektromagnetske indukcije u jednoj zavojnici od magnetskog polja Zemlje.

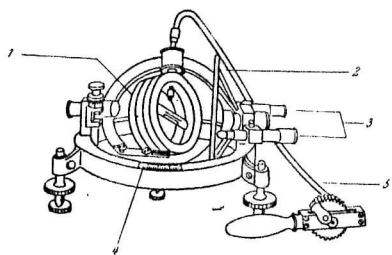
Već je spomenuto (pogl.5-1) da broj silnica u magnetskom polju koji prolazi kroz površinu proizvoljne orijentacije i površine definira fluks. Ako se takva površina ograniči jednim zatvorenim električnim krugom, tada će se pri svakoj vremenskoj promjeni fluksa u tom krugu inducirati elektromotorna sila posljedica koje je inducirana električna struja. Pojava indukcije može se utvrditi na **otklonu** galvanometra, koji je uključen u strujni krug. Do vremenske promjene fluksa kroz plohu ograničenu krugom (zavojnica) dolazi prilikom relativnog pomicanja magneta koji uzrokuje magnetsko polje i zavojnice, ili zakretanjem zavojnice u magnetskom polju, pri čemu zavoji -već prema svojoj orijentaciji- režu veći ili manji broj silnica. Iz izraza (5-1,10) vidi se, da kroz površinu omeđenu zavojnicom prolazi maksimalan fluks, kad je ona okomita na silnice. Zakrene li se ona oko osi koja je okomita na silnice za  $180^{\circ}$ , u strujnom krugu indukcija bit će maksimalna.

Ako se zavoji postave paralelno sa silnicama, tada je fluks nula a ako <sup>se</sup> oni zakrenu za  $180^\circ$  oko osi koja je paralelna sa silnicama indukcija bit će nula. Odatle se može zaključiti da nepostojanje indukcije u zavojnici pokazuje, da je njena ploha paralelna sa silnicama (Sl. 5-4,4).



Sl. 5 - 4,4

Geomagnetski induktor sastoji se od jedne zavojnice koja svojim zavojima omeđuje površinu  $\Omega$  i može se zaokretati oko osi u magnetskom polju Zemlje. Dok je zavojnica tako orijentirana, da se njenim zakretanjem oko osi u njoj inducira elektromotorna sila znak je da joj os nije paralelna sa smjerom totalnog intenziteta. Kad se postigne takav položaj osi zavojnice oko koje se zakreće, da je indukcija nula znak je, da je ona paralelna sa silnicama geomagnetskog polja tj. u smjeru totalnog intenziteta. Položaj rotacione osi zavojnice u odnosu prema horizontalnoj ravnini očita se na vertikalnom limbu i to je inklinacija. No prethodno je potrebno rotacionu os zavojnice postaviti u magnetski meridijan. Mjerenje inklinacije svodi se time na primjenu nul-metode. Sl. 5-4,5 prikazuje geomagnetski induktor.



- 1 zavojnica
- 2 vertikalni limb
- 3 mikroskop za očitavanje limba
- 4 horizontalni limb za orijentaciju u magnetski meridijan
- 5 uređaj za zakretanje zavojnice

Sl. 5 - 4,5



Za mjerenje inklinacije koristi se također i n k l i n a t o - r i j a to je instrument, kod kojeg se magnetska igla može okretati oko horizontalne osi i kad je os oko koje se može okretati postavljena okomito na magnetski meridijan igla će se postaviti u smjer totalnog intenziteta. Na vertikalnom limbu uz magnetsku iglu može se očitati inklinacija. Ali mjerenje inklinatorijem ne može se smatrati apsolutnim, jer se sistematske pogreške koje se pri tom javljaju ne mogu potpuno ukloniti. One dolaze otuda što bi os okretanja morala prolaziti kroz težište igle, zatim os okretanja mora biti pravilan valjak i ležište na kojem os stoji mora biti horizontalno. Postoje metode za eliminaciju tih pogrešaka ali se one ipak ne mogu provesti sa potpunom sigurnosti.

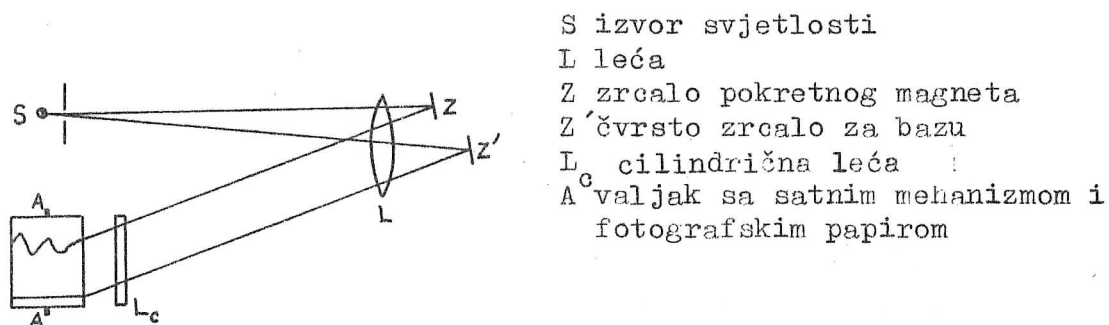
Mjerenje vremenskih promjena. Ponovi li se jedno apsolutno mjerenje bilo kojeg geomagnetskog elementa na istom mjestu, to će se općenito dobiti druga vrijednost. Znači geomagnetski elementi i vremenom se mijenjaju (po iznosu i po smjeru), dakle pored prostornih postoje i vremenske promjene magnetskog polja Zemlje. Njih treba također poznavati kako bi se terenska mjerenja mogla reducirati na određeni čas (epohu) i tek onda upoređivati.

Praćenje vremenskih promjena geomagnetskih elemenata vrši se samo na pojedinim mjestima i to na g e o m a g n e t s k i m o p s e r v a t o r i j i m a, jer instrumenti koji služe za tu svrhu zahtijevaju poseban smještaj a vremenske promjene elemenata jednake su na širem području (oko 500 km). Zadatak geomagnetskog opservatorija jest taj da u svakom času raspolaže s vrijednostima geomagnetskih elemenata na dotičnom mjestu. Stoga na geomagnetskom opservatoriju postoje specijalni instrumenti tzv. v a r i o m e t r i, koji neprekidno slijede vremenske promjene pojedinih geomagnetskih elemenata, registrirajući ih. Budući da se oni sastoje iz pokretnih magneta a mehaničke sile od promjena jakosti magnetskog polja Zemlje na te magnete su veoma malene, nije moguće pri tom koristiti mehaničku registraciju nego optičku na

fotografskom papiru.

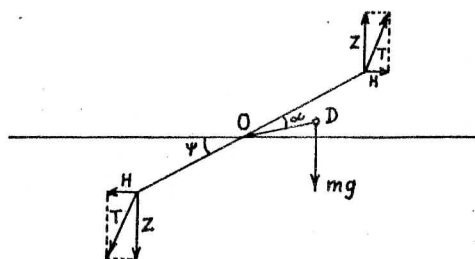
Od geomagnetskih elemenata na geomagnetskom opservatoriju prate se vremenske promjene magnetske deklinacije, horizontalnog i vertikalnog intenziteta iz kojih se mogu odrediti (prema formu-  
lama 5-3,2; 5-3,3 i 5-3,4) vrijednosti ostalih geomagnetskih ele-  
menata u određeni čas.

Variometar za magnetsku deklinaciju sastoji se od jednog ho-  
rizontalnog magneta koji visi na niti (unifilarni variometar). Položaj magneta zavisi o položaju magnetskog meridijana i sili torzije niti na kojoj visi. Ako je sila torzije niti veoma male-  
na magnet će slijediti vremenske promjene položaja magnetskog meridijana. Magnet ima na kraju zrcalo, ravnina kojeg je okomita na os magneta i od kojeg se reflektira zraka svjetlosti na foto-  
grafski papir, koji je namješten na valjku sa satnim mehanizmom. Time se položaj magneta registrira i dobiva m a g n e t o g r a m magnetske deklinacije tj. njena zavisnost o vremenu. Magnetogram se odnosi na tzv. b a z n u l i n i j u, koja se na dijagram-  
skom papiru dobiva refleksijom zrake svjetlosti od jednog f i k-  
s n o g zrcala. Shemu takvog v a r i o g r a f a (uređaj za registriranje vremenskih promjena) prikazuje Sl.5-4,5.



Sl. 5 - 4,5

Za mjerenje vremenskih promjena horizontalnog intenziteta koristio se je u početku magnet, koji je bio obješen na dvije niti (bifilarni variometar). Pretpostavimo da se položaj magneta i vertikalne ravnine u kojoj se nalaze obje niti podudara s ravninom magnetskog meridijana. Zakretanjem linije koja spaja objesišta jedne i druge niti iz magnetskog meridijana može se -zbog nastale sile torzije- magnet postaviti okomito na ravninu magnetskog meridijana. U tom položaju je sila torzije svladala djelovanje horizontalnog intenziteta i obje sile su u ravnoteži. Daljnje kolebanje magneta, koje se pomoću zrcala na magnetu može optičkim putem prenositi na valjak sa fotografskim papirom, zavisit će o vremenskim promjenama horizontalnog intenziteta, magnetskog momenta magneta i sile torzije niti. Budući da se ta dva posljednja elementa vremenski vrlo malo mijenjaju, promjene položaja magneta potjecat će samo od promjena horizontalnog intenziteta. Danas se i kod variometra za horizontalni intenzitet koristi unifilarno obješen magnet ali na niti s velikom silom torzije, koja može držati magnet u položaju okomitom na ravninu magnetskog meridijana.



Sl. 5 - 4,6

Za praćenje promjena vertikalnog intenziteta koristi se magnetska vaga od Lloyda. Ona se sastoji od jednog magneta, koji je postavljen u magnetski meridijan tako da se može okretati oko horizontalne osi u središtu magneta O, ali težište magneta nalazi se u tački D (Sl.5-4,6). Na sjevernoj hemisferi tačka D jest na strani

negativnog pola magneta, tako da će magnetska os magneta biti nagnuta prema horizontalnoj ravnini pod kutom  $\psi$  (kut  $\psi$  nije inklinacija jer težište u tački D smanjuje nagib magneta).

Vertikalni intenzitet  $Z$  nastojat će zakretnim momentom  $ZM \cos \psi$  povećati kut  $\psi$  a horizontalni intenzitet  $H$  zakretnim momentom  $MH \sin \psi$  smanjiti kut  $\psi$ . U težištu  $D$  jest hvatište sile teže, koja svojim zakretnim momentom  $mg \overline{OD} \cos(\psi - \alpha)$  nastoji smanjiti kut  $\psi$ . Kut  $\alpha$  jest kut između osi magneta i smjera od okretišta  $O$  prema težištu  $D$  magneta. Označimo li zakretne momente odgovarajućim predznacima (povećanje kuta  $\psi$  sa + a smanjenje sa -) vrijedit će za ravnotežu

$$ZM \cos \psi - MH \sin \psi - mg \overline{OD} \cos(\psi - \alpha) = 0. \quad (5-4,10)$$

Da bi magnet reagirao samo na promjene vertikalnog intenziteta magnet mora biti horizontalan (to se postiže reguliranjem položaja težišta  $D$ ) jer tada kut  $\psi = 0$  pa će izraz (5-4,10) glasiti

$$Z = c + \kappa \operatorname{tg} \psi, \quad (5-4,11)$$

gdje izrazi

$$c = \frac{mg \overline{OD} \cos \alpha}{M} \quad \text{i} \quad \kappa = \frac{mg \overline{OD} \sin \alpha}{M}$$

sadrže konstante veličine tako da su promjene vertikalnog intenziteta proporcionalne sa  $\operatorname{tg} \psi$ . Naravno to je uz uvjet da su otkloni od horizontalne ravnine veoma maleni jer je tada  $\sin \psi \doteq 0$ .

Otkloni magneta prenose se pomoću zrcala na kraju magneta na fotografski papir namješten na valjku sa satnim mehanizmom.

Na geomagnetskom opservatoriju variometri su tako postavljeni da se vremenske promjene sva tri geomagnetska elementa registri-  
raju na jednom fotografskom papiru.

Magnetogram bilo kojeg geomagnetskog elementa  $e$  jest krivulja koja daje njegove vrijednosti u zavisnosti o vremenu tj.  $e=e(t)$ . Vrijednosti na mareogramu broje se od bazne linije  $e_0$  i to ordinatom  $y$  u određeni čas  $t$ . Označimo li sa  $\varepsilon$  vrijednost jednog dijela

skale dotičnog geomagnetskog elementa tada vrijedi

$$e - e_0 = \varepsilon \cdot y. \quad (5-4,12)$$

Vrijednost jednog dijela skale pokazuje, kolika promjena dotičnog geomagnetskog elementa odgovara promjeni ordinate  $y$  za jedinicu dužine. Tu veličinu potrebno je poznavati.

Uz rad variometara potrebno je na geomagnetskom opservatoriju vršiti i apsolutna mjerenja spomenutih elemenata, kako bi se kontrolirao položaj bazne linije  $e_0$ , koji odgovara određenoj vrijednosti dotičnog geomagnetskog elementa. Naime apsolutnim mjerenjem odredi se vrijednost  $e(t)$  u dotičnom času (to se označi na magnetogramu) i prema izrazu (5-4,12) odredi vrijednost  $e_0$ , koja predstavlja "baznu vrijednost" dotičnog elementa kod očitavanja satnih vrijednosti (vrijednosti elementa u punim satima). Uz spomenuta apsolutna mjerenja izvođ<sup>se</sup>i mjerenja za određivanje vrijednosti dijela skale.

Prvi geomagnetski opservatorij uspostavili su Gauss i Weber 1833. godine u Göttingenu. U Jugoslaviji geomagnetski opservatorij nalazi se u mjestu Grocka kod Beograda.

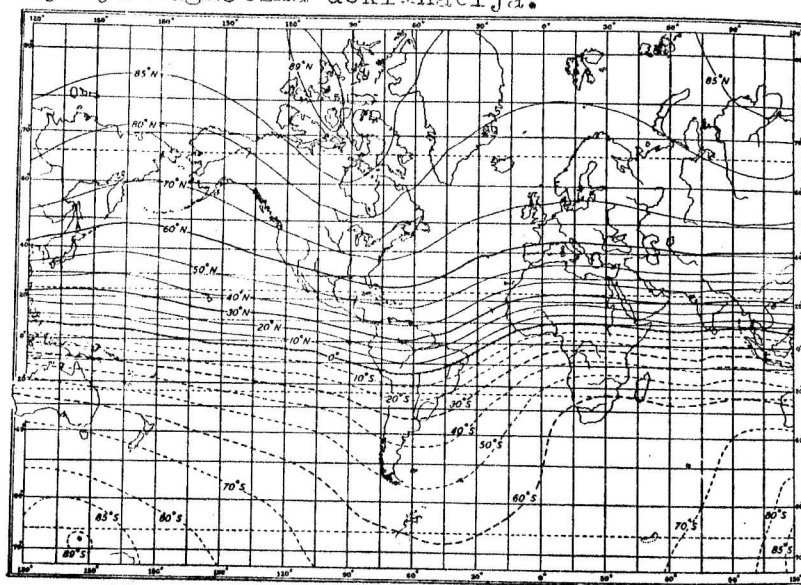
#### 5-5. Magnetsko polje Zemlje

Iz rezultata mjerenja geomagnetskih elemenata koja izvođe države na određenoj mreži stanica u svom području i razne ekspedicije s amagnetskim brodovima na moru (geomagnetski premjeri) i podataka geomagnetskih opservatorija o vremenskim varijacijama tih elemenata, moguće je dobiti prostornu raspodjelu magnetskog polja Zemlje na njenoj površini za određeni čas. Raspodjela se prikazuje na magnetskim kartama od kojih svaka daje raspodjelu po jednog geomagnetskog elementa.

Budući da se magnetsko polje Zemlje vremenom mijenja svaka raspodjela vrijedit će za određenu  $e$  p o h u. Pod epohom smatra se onaj čas, koji se pridjeljuje srednjoj vrijednosti dotičnog



odrediti, budući da kroz geografske polove prolaze svi geografski meridijani i pojam meridijana tog mjesta ne može<sup>se</sup> definirati. Analogna situacija je i na magnetskim polovima Zemlje jer tamo nije definiran položaj magnetskog meridijana (horizontalni intenzitet je nula). Izogona koja spaja mjesta s magnetskom deklinacijom nula zove se *a g o n a*. Karte izogona za pojedine epohe dosta se razlikuju, jer se tokom vremena od svih geomagnetskih elemenata najviše mijenja magnetska deklinacija.



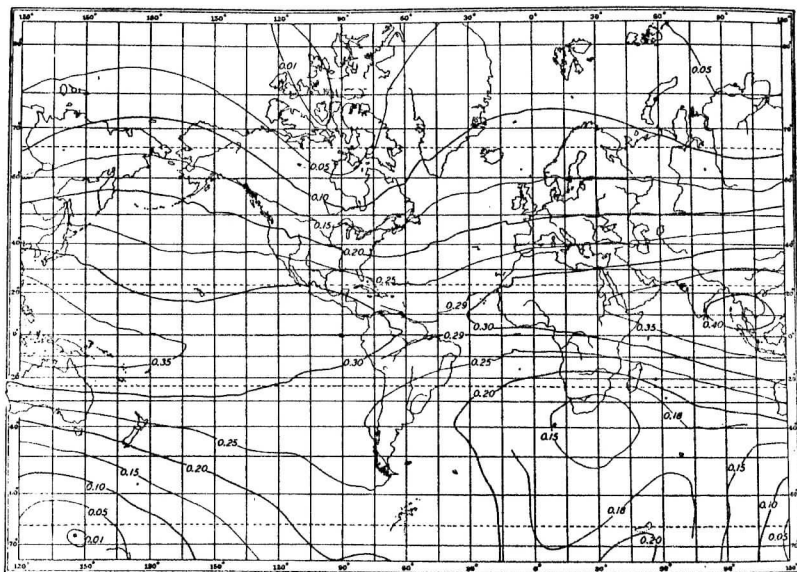
Sl. 5 - 5,2. Inklinacija za 1945,0

Linije koje spajaju mjesta jednake inklinacije zovu se *i z o - k l i n e* i jednostavnijeg su oblika od izogona. A *k l i n a* tj. izoklina inklinacije nula zove se također i *m a g n e t s k i e k v a t o r*, jer dijeli područja pozitivne i negativne inklinacije i približno se podudara sa geografskim ekvatorom. U Sl.5-5,2 prikazana je raspodjela inklinacije za epohu 1945,0.

Linije koje spajaju mjesta jednakog intenziteta zovu se *i z o - d i n a m e*. U Sl.5-5,3 prikazane su izodiname horizontalnog intenziteta za epohu 1945,0. Horizontalni intenzitet jest uvijek pozitivan a tačke na kojima je on nula jesu magnetski polovi Zemlje.



Izodiname vertikalnog intenziteta gotovo potpuno se podudaraju s izoklinama. Na magnetskom ekvatoru vertikalni intenzitet jest nula.



Sl. 5 - 5,3. Izodiname vertikalnog intenziteta za 1945,0.

## 5-6. Magnetske anomalije

Iz raspodjele geomagnetskih elemenata na magnetskim kartama se vidi da je magnetizam Zemlje nepravilno raspodijeljen. No i u toj raspodjeli može se uočiti jedna pravilna komponenta pa se može pretpostaviti da je jednom pravilno raspodijeljenom dijelu superponiran jedan nepravilno raspodijeljen dio. Pravilno raspodijeljeni dio predstavlja n o r m a l n e vrijednosti magnetskog polja Zemlje a nepravilni a n o m a l i j e. Pod geomagnetskom anomalijom smatra se

mjerena vrijednost minus normalna vrijednost=anomalija,  
pri čemu se obje vrijednosti treba da odnose na isti čas.

Za normalne vrijednosti geomagnetskih elemenata ne postoje opći izrazi koji bi vrijedili za cijelu Zemlju, kako je to slučaj kod teže. Ako je područje na kojem se želi odrediti raspodjela magnet-



skih anomalija jednog geomagnetskog elementa veoma maleno a anomalije velike, kao normalna vrijednost uzima se jedna izmjerena ili od ranije poznata vrijednost dotičnog elementa i smatra se konstantnom u cijelom području. Ako je područje veliko a anomalije malene tada je potrebno prethodno izvršiti mjerenja na tačkama prvog reda (tačke koje su dosta razmaknute i sačinjavaju osnovnu mrežu) i metodom izjednačenja izvesti prosječne promjene dotičnog geomagnetskog elementa u zavisnosti o geografskoj širini i dužini. U državama u kojima postoje geomagnetski premjeri postoje izrazi za naprijed spomenute prosječne promjene.

Iz raspodjele magnetskih anomalija, na površini Zemlje, koja se također prikazuje i z a n o m a l a m a (linije koje spajaju mjesta jednakih anomalija) izvode se zaključci o raspodjeli i količini magnetskih ruda na i ispod površine. Anomalije koje obuhvaćaju široka područja zovu se r e g i o n a l n e a anomalije na užem području jesu l o k a l n e.

Najveća poznata magnetska anomalija nalazi se u području Kurska u SSSR-u. Na području od oko 250 km izmjerene su vrijednosti magnetske deklinacije od  $0^{\circ}$  do  $360^{\circ}$  a inklinacije od  $39^{\circ}$  do  $90^{\circ}$ , tako da u tom području postoje i anomalni geomagnetski polovi. Uzrok spomenute anomalije jesu dva podzemna masiva, koji se sastoje od magnetita.

U Jadranskom moru postoji lokalna anomalija magnetskog polja Zemlje na otocima Jabuka i Brusnik, jer se sastoje od diabaza, koji je vrlo magnetičan.

#### 5-7. Vremenske promjene zemaljskog magnetizma

Magnetsko polje Zemlje podvrgnuto je neprekidnim promjenama. Razmjerno pravilne vremenske promjene nazivaju se m a g n e t s k e v a r i j a c i j e ali postoje dani u kojima dolazi do poremećenja tog toka tako da dolazi do s m e t n j a, koje se zovu i m a g n e t s k e o l u j e. Opći uzrok tih promjena

svodi se na promjenljivo djelovanje Sunca na stalni magnetizam Zemlje a također i na promjenu međusobnog položaja Zemlje i Sunca.

Rotacija Zemlje oko osi, zbog koje dolazi do promjene dana i noći, ima za posljedicu "dnevnu varijaciju" geomagnetskih elemenata. Gibanje Zemlje oko Sunca utječe na veličinu i oblik dnevnih promjena tokom mjeseca i u pojedinim mjesecima. Zemlja se giba također i u odnosu prema drugim planetama te Mjesecu, što također utječe na promjene.

Na temelju registracija vremenskih promjena geomagnetskih elemenata na geomagnetskim opservatorijima stanje magnetskog polja Zemlje u pojedinim danima može se približno ocijeniti uvođenjem tzv. k a r a k t e r i s t i č n o g b r o j a C. Njegova skala ima tri stupnja.  $C = 0$  znači mirne i pravilne varijacije,  $C = 1$  znači malo poremećene varijacije ali kod kojih se još može uočiti pravilan tok, dok  $C = 2$  označuje veoma poremećen tok (magnetske oluje). Iz podataka većeg broja geomagnetskih opservatorija određuju se srednje vrijednosti karakterističnog broja, koje onda vrijede za cijelo magnetsko polje Zemlje i taj je podatak jedna približna mjera za magnetsku aktivnost vremenskih varijacija i služi za opću orijentaciju u istraživanjima.

Kako je već spomenuto vremenske promjene magnetskog polja Zemlje usko su povezane sa stanjem na Suncu i njegovom aktivnošću. To znači da se u magnetskom polju Zemlje ispoljava snažno solarno djelovanje. No ovdje se ne radi o nekom neposrednom magnetskom djelovanju Sunca na daljinu, jer je za to magnetsko polje Sunca preslabo. Također i termičko djelovanje Sunca na čvrstu zemljinu koru i magnetske rude koje se u njoj nalaze, ne dovodi do promjene njihovog magnetiziranja, jer dnevne a i godišnje promjene temperature čvrstog tla postoje neposredno uz njegovu površinu i prodiru samo nekoliko metara.

Dnevne promjene magnetskog polja Zemlje nastaju djelovanjem Sunca na atmosferu Zemlje. (dijelovi: troposfera do 10 km visine, zatim stratosfera u kojoj se temperatura visinom veoma malo mijenja te iznad nje još dva omotača ozonosfera i ionosfera) a koje se očituje na ova tri načina:

- sila uzročnica morskih doba od Sunca i Mjeseca uzrokuje također i mehaničko gibanje zračnih masa u horizontalnom i vertikalnom smjeru;
- dnevno zagrijavanje atmosfere od Sunca i njeno ohlađivanje noću uzrokuje gibanje zraka duž vertikale;
- ultravioletno zračenje Sunca ionizira gornje slojeve atmosfere te oni postaju vodljivi.

Spomenuto djelovanje Sunca se očituje dakle u gibanju ioniziranih slojeva atmosfere, što dovodi do stvaranja magnetskog polja u atmosferi. Takvom djelovanju Sunca odgovaraju one pravilne i približno periodične promjene magnetskog polja Zemlje.

Pored toga Sunce je izvor korpuskularnog zračenja, koje je i po intenzitetu i po nastupu veoma nepravilno a i ne stiže uvijek do Zemlje i njenog omotača, pa se i uzrok nepravilnim varijacijama (magnetskim olujama) nastoji objasniti spomenutim zračenjem, što je još i danas predmet intenzivnog istraživanja.

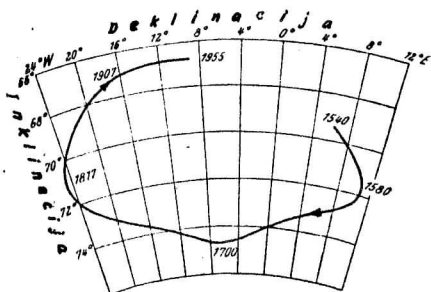
#### 5-8. Sekularna varijacija

Oko 150 godina mjerenja prostorne raspodjele geomagnetskih elemenata kao i njihovih vremenskih promjena na geomagnetskim opservatorijima pokazalo je da magnetski moment Zemlje polagano opada. Pitanje je da li će to tako ostati ali vjerojatno je da će opet nastupiti porast. Ta promjena uzrokuje na svim mjestima posebnu varijaciju, koja se zbog njenog polaganog hoda zove *sekularna varijacija* magnetskog polja Zemlje.

Pod sekularnom varijacijom smatra se razlika odn. tok srednjih godišnjih vrijednosti geomagnetskih elemenata, do kojih se dolazi na osnovu registracija njihovih vremenskih promjena na geomagnetskim opservatorijima. U samim promjenama srednjih godišnjih vrijednosti sadržan je i dio koji potječe od kolebanja utjecaja Sunčevih pjega, koja aktivnost se mijenja s periodom od 11 godina. Odrede li se iz niza srednjih godišnjih vrijednosti uzastopne srednje vrijednosti geomagnetskih elemenata od po 11 godina, dobivene vrijednosti predstavljat će sekularnu varijaciju.

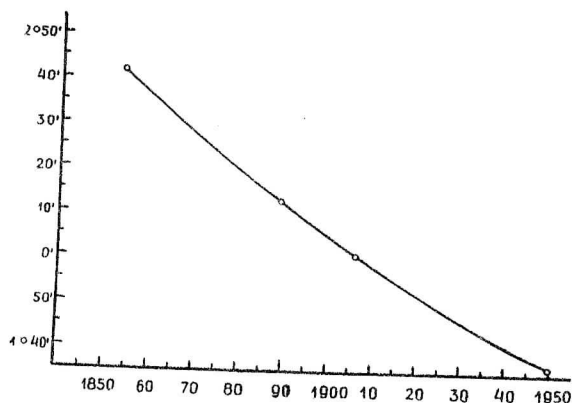
Promjene srednjih vrijednosti geomagnetskih elemenata iz godine u godinu nisu jednake a također nisu jednake ni na pojedinim mjestima.

Sekularna varijacija magnetskog polja Zemlje određena je potpuno za posljednjih 150 godina, jer je tek tada omogućeno mjerenje horizontalnog intenziteta. Ali na mnogim mjestima Evrope izvođena su i znatno ranije mjerenja magnetske deklinacije i inklinacije (magnetsku deklinaciju otkrio je Kolumbo na svom putu u Ameriku 1492. godine a nešto prije njega poznavali su je i graditelji Sunčanih ura u Južnoj Njemačkoj; inklinaciju je otkrio Hartman 1543. godine i konstruirao inklinatorij tj. instrument za njeno mjerenje), pa se je tok sekularne varijacije tih elemenata nastojao odrediti što više unatrag. Zbog toga koristili su se podaci o tim elementima iz starih brodskih dnevnika, iz zapisa o mjerenjima u rudnicima, zatim pogreške starijih geografskih karata i meridijana na Sunčanim urama, što se određivalo kompasom itd.



Sl. 5 - 8,1

Sl.5-8,1 pokazuje sekularnu varijaciju magnetske deklinacije i inklinacije za London od 1540.godine. Vidi se da se njen tok zatvara a iz tih podataka se može zaključiti da će njen period iznositi oko 480 godina. Analogne vrijednosti daju i podaci Rima i Pariza. U Sl.5-8,2 prikazana je sekularna varijacija magnetske deklinacije na istočnoj obali Jadrana od 1855.godine. Podaci o sekularnoj varijaciji sa opservatorija izvan Evrope ne obuhvaćaju tako dugo razdoblje, ali već danas ukazuju da period sekularne



Sl. 5 - 8,2

varijacije nije univerzalan tj. za cijelu Zemlju jednak. Prema podacima kojima raspolažu geomagnetski opservatoriji Sjeverne Amerike u tom području period će iznositi oko 270 godina. Naravno da će se jedna realna vrijednost perioda sekularne varijacije za pojedina područja dobiti tek onda, kad će se raspolagati s tako dugim nizom mjerenja, koji će biti višekratnik tog perioda.

Sekularna varijacija magnetskog polja Zemlje zauzima u geofizici značajno mjesto i ta pojava se veoma mnogo istražuje. S geofizičkog stanovišta sekularna varijacija jest vrlo polagana promjena no prema geološkim pojavama, na pr.dizanju i spuštanju dijelova zemljine kore, ona je ipak brza.

## 6. S E I Z M O L O G I J A

### 6-1. Izvori potresa

Jedna od najneugodnijih prirodnih pojava za čovjeka je p o t - r e s . On se očituje u ljuljanju tla, kojom prilikom čovjek osjeti da mu prestaje stabilnost uporišta ili u snažnim trzajima zemljine kore koji mogu razoriti gotovo sve ljudske tvorevine u određenom području.

Pojave gibanja u unutrašnjosti Zemlje dijele se prema periodu na t a h i s e i z m i č k e i b r a d i s e i z m i č k e .

Tahiseizmičke su takve koje vremenski teku vrlo brzo i u njih ubrajamo oscilacije tla koje nastaju od naglog oslobađanja energije u unutrašnjosti Zemlje, dakle od potresa.

Bradiseizmičke pojave su takve koje razmjerno veoma dugo teku. One obuhvaćaju ili gibanja kroz tisuće godina (lagano dizanje i spuštanje kopna) ili lagane relativne pomake pojedinih dijelova zemljine kore (dakle jednih u odnosu prema drugima). Bradiseizmička gibanja su posljedica djelovanja tektonskih\* sila u zemljinoj kori i njenoj unutrašnjosti i imaju veliko značenje za nastajanje potresa, jer kod spomenutih relativnih pomicanja nastaju elastične naponi koje, kad postanu tako velike da se premaši granica elastičnosti, izazovu nagli pomak jednog dijela u odnosu prema drugom, što dovede do potresa.

Kako je već spomenuto potres je pojava kod koje dolazi do naglog oslobađanja energije u unutrašnjosti Zemlje. Prema uzroku nastajanja i izvoru energije potrese dijelimo na:

- t e k t o n s k e ,
- v u l k a n s k e , i
- u r u š n e .

---

\* Tektonika je nauka o izgradnji i strukturi zemljine kore a tektonske sile su sve sile koje u tom sudjeluju.

Skup pojava koje uzrokuju promjene u zemljinoj kori zove se tektogeneza.

Izvor tektonskih potresa su elastičke napetosti u zemljinoj kori koje su izazvane bradiseizmičkim relativnim gibanjima. Potres nastaje onda kad elastičke napetosti prijeđu granice elasticiteta materije, pri čemu dolazi do naglog izbijanja akumulirane elastičke energije. Egzistencija tektonskih potresa je dokaz za trajnu djelatnost geotektonskih sila, iako one u pojedinim dijelovima zemljine kore djeluju s različitim intenzitetom.

Na tektonske potrese otpada 90% svih potresa. Oni su veoma rasprostranjeni i česti, pa se iz pojave istih može zaključiti na prostornu i vremensku raspodjelu tektonskih napetosti u zemljinoj kori, njihovu veličinu a prema tome i na tektonska naprezanja pojedinih sastavnih dijelova kore.

Izvor vulkanskih potresa je naglo oslobađanje termokemijske energije iz magme i to kad ona prodiere na površinu. No pri tom tj. erupciji vulkana samo se malen dio ukupne energije pretvori u mehaničku energiju elastičkih valova; glavni dio te energije je potreban za dizanje masa iz unutrašnjosti ili pak prijede u atmosferu. Prema tome vulkanski potresi nisu snažni a pomaci tla su im reda veličine onih kod velikih eksplozija. Na vulkanske potrese otpada 7% svih potresa.

Urušni potresi nastaju prilikom urušavanja šupljina u zemljinoj kori, koje nastaju od djelovanja vode na materije topive u vodi. Izvor energije im potječe od polja teže tako da kod urušavanja naglo opadne potencijalna energija postojeće raspodjele masa. Energija tih potresa je veoma mala i analogna je oslobođenoj energiji kod pada meteorita. Na urušne potrese otpada 3% svih potresa.

Ishodište potresa tj. mjesto u unutrašnjosti Zemlje gdje dolazi do naglog oslobađanja energije zove se *h i p o c e n t a r* potresa a projekcija tog mjesta na površinu Zemlje jest *e p i c e n t a r* potresa. U epicentru je razorno djelovanje potresa najjače.

Nauka koja se bavi istraživanjem potresa i svih njegovih posljedica zove se *s e i z m o l o g i j a*.

## 6-2. Metode istraživanja potresa

Postoje dvije metode istraživanja potresa i to:

- m a k r o s e i z m i č k a      i
- m i k r o s e i z m i č k a .

Makroseizmička metoda koristi se opisom pojava na površini Zemlje koje su primijećene za vrijeme trajanja potresa kao i učincima na površini koji iza njega trajno ostaju. Na osnovu toga dobivaju se podaci o vremenu nastupa potresa na pojedinim mjestima i njegovoj jačini. To su glavni podaci na osnovu kojih se vrše analize potresa tom metodom. Makroseizmička istraživanja ograničena su na tzv. potresno područje tj. područje u kojem ga ljudi osjete svojim osjetilima i gdje ostavlja vidne tragove na površini Zemlje.

Mikroseizmička metoda u analizi potresa koristi se podacima instrumenata, s e i z m o g r a f a. Naime u većim daljinama od epicentra potres se - zbog slabe jačine - ne može primijetiti ljudskim osjetilima niti pak uzrokuje vidne pomake tla, nego se pomaci tla mogu utvrditi samo pomoću seizmografa. Važno je naglasiti da potres u blizini epicentra traje samo nekoliko minuta ili sekunda, dok u većim daljinama seizmografu bilježe pomake tla od istog potresa i po nekoliko sati. Potres je u hipocentru a i epicentru kratkotrajan događaj i tim se čestice Zemlje pobuđuju na osciliranja. Oscilacije u obliku valova šire se kroz Zemlju. Postoji nekoliko vrsta tih valova koje se i šire različitim brzinama. Na svom putu oni se lome i reflektiraju i po nekoliko puta, stoga prevaljuju različite putove i stižu na jednu seizmičku stanicu u različito vrijeme.

Valovi potresa postoje tako dugo, dok se jednom pobuđeno osciliranje čestica Zemlje posve ne umiri i to je razlog, što se jači potresi na seizmičkim stanicama registriraju i po nekoliko sati.

Pojava potresa vodi nas na mnoga istraživanja kojima je cilj u prvom redu da smanjimo posljedice njegovog razornog djelovanja u naseljenim područjima, a zatim se koristimo valovima potresa za upoznavanje unutrašnjosti Zemlje u koju ne možemo direktno doprijeti.

Za rješenje spomenutih zadataka potrebno je utvrditi područja u kojima dolazi do snažnih potresa, odrediti položaj epicentara, ispi-



tati uzroke i prirodu potresa u dotičnom području, broj potresa u pojedinim vremenskim razmacima i njihovu jačinu. Za čisto praktične potrebe potrebno je odrediti seizmicitet pojedinih potresnih područja, a također izvršiti i seizmičku mikrorajonizaciju kojoj je svrha odrediti karakteristike tla u odnosu prema seizmičkim efektima.

### 6-3. Makroseizmička metoda

Efekti potresa mogu se primijetiti ljudskim osjetilima, dakle mogu biti fiziološke prirode, a također i u okviru mrtve prirode tj. na građevinama i tehničkim konstrukcijama izazvati prolazne ili trajne promjene. Makroseizmička zona učinaka potresa dijeli se na potresno područje, u kojem nastaju oštećenja i promjene koje se mogu objektivno uočiti i utvrditi i na izvanje područje u kome se efekti potresa konstatiraju ljudskim osjetilima. Opažanja u tom drugom u većini slučajeva nemaju objektivni karakter.

Da bi se mogla odrediti prostorna raspodjela intenziteta trešnje tla od potresa na temelju makroseizmičkih podataka, postoji nekoliko empiričkih skala. U njima su učinci i efekti koji odgovaraju jednakim akceleracijama pomaka tla svrstani u stupnjeve intenziteta trešnje tla. Spomenuti učinci se ocjenjuju prema učincima i efektima potresa pa je za njihovo određivanje nužno raspolagati za pojedina mjesta s više podataka, kako bi se iz njih mogla izvesti srednja vrijednost.

U Evropi se danas koristi Mercalli-Siebergova skala intenziteta trešnje tla koja ima 12 stupnjeva. U tablici dajemo neke učinke potresa, koji odgovaraju pojedinim stupnjevima spomenute skale.

#### Mercalli - Siebergova skala

| Stupanj | U č i n c i p o t r e s a  |
|---------|--|
| I       | <u>Nezamjetljiv potres.</u> Bilježe ga samo seizmografi.   |
| II      | <u>Vrlo lagan potres.</u> Osjeti ga više vrlo osjetljivih osoba i to pretežno u višim katovima kuća. |
| III     | <u>Lagan potres.</u> Osjeti ga više ljudi u unutrašnjosti kuća.                                      |

| Stupanj | U Č I N C I P O T R E S A   |
|---------|---|
| IV      | <p><u>Umjeren potres.</u> U kućama ga primijeti velik dio stanovnika a na otvorenom prostoru samo pojedine osobe. Tresu se vrata i pokućstvo, zveče prozori, staklenina i posude, kao pri prolazu teških kamiona. Od onih koji spavaju neki se probude.</p>   |
| V       | <p><u>Prilično jak potres</u> .Primijete ga mnogi na otvorenom prostoru. Predmeti koji slobodno vise, zanjisu se, ure njihalice se zaustavljaju. Slike na zidu se pomiču. Pojedini manji predmeti se prevale. Vrata i prozori se otvore ili zatvore. Oni koji spavaju se bude, pojedinci bježe iz kuća.</p> |
| VI      | <p><u>Jak potres.</u> Primjećuju ga sve osobe i bježe iz kuća. Slike padnu sa zidova, mnogi predmeti se ruše, posude se razbije. Komadi pokućstva pomaknu se sa svog mjesta ili se prevrnu. Manja crkvena zvona zazvone. Na pojedinim dobro građenim kućama nastaju lagane štete.</p>                       |
| VII     | <p><u>Vrlo jak potres.</u> Događaju se rušenja i razaranja i nastaju znatne štete na namještaju u stanovima. Zazvone i veća crkvena zvona. Oštećuje se veći broj dobro građenih kuća. Crijepovi se lome i kližu s krova, ruše se mnogi dimnjaci.</p>  |
| VIII    | <p><u>Razoran potres.</u> Jako oštećuje oko četvrtinu kuća, pojedine kuće se ruše a mnoge postaju nesposobne za stanovanje. U mokrom tlu i na strmim obroncima nastaju pukotine.</p>  |
| IX      | <p><u>Pustošan potres.</u> Oko 50% zidanih kuća znatno je oštećeno, mnoge se ruše a većina ih postaje nesposobna za stanovanje.</p>   |

| Stupanj | U č i n c i p o t r e s a   |
|---------|---|
| X       | <u>Uništavajući potres.</u> Teško oštećuje oko tri četvrtine zgrada a većina njih se ruše. U tlu nastaju pukotine široke po nekoliko decimetara. S brda se odronjava zemlja a otkidaju se i dijelovi pećina . |
| XI      | <u>Katastrofalan potres.</u> Ruše se sve zidane zgrade. U tlu nastaju široke pukotine iz kojih prodire voda noseći pijesak i mulj. Zemlja se odronjava, mnoge stijene se otkidaju i ruše.                     |
| XII     | <u>Velika katastrofa.</u> Nijedna ljudska tvorevina ne može opstati. Tlo potpuno preobrazuje izgled, jezera se zatrpavaju, nastaju vodopadi a rijeke mijenjaju korita.  |

Poznavajući raspodjelu intenziteta trešnje tla od potresa prema Mercalli-Siebergovoj skali može se odrediti epicentar potresa na ovaj način. Intenziteti trešnje tla na pojedinim mjestima unesu se u geografsku kartu i mjesta jednakog intenziteta spoje se linijama koje se zovu *i z o s e i s t e* . One pokazuju prostornu raspodjelu intenziteta trešnje tla a budući da ona opada s daljinom od epicentra, epicentar potresa nalazit će se u području, kojeg omeđuje izoseista najvećeg intenziteta trešnje tla. Izoseista najvećeg intenziteta zove se *p l e i s t o s e i s t a* a područje koje ona omeđuje zove se *p l e i s t o s e i s t i č k o* područje.

#### 6-4. Konstante elasticiteta

Istraživanje potresa kao i istraživanje unutrašnjosti Zemlje na temelju potresa osniva se na širenju valova u elastičnom sredstvu. Da bi se mogle proučiti pojave kod toga potrebno je poznavati veličine, koje karakteriziraju svojstva elasticiteta materije a o kojima zavisi širenje elastičkih valova. Definirat ćemo ih uz uvjet da je elastično sredstvo homogeno i izotropno (svuda jednake gustoće i u

svim smjerovima pokazuje jednaka svojstva), jer je uz te pretpostavke teorija elastičnosti jednostavnija.

Elasticitet materije karakterizira se određenim veličinama koje se zovu jednim imenom *k o n s t a n t e e l a s t i c i t e t a*. One vrijede za potpuno elastična tijela i za deformacije unutar granica elastičnosti. Što znači, da se elastična materija po prestanku djelovanja vanjskih sila koje uzrokuju deformacije potpuno vraća u predašnje stanje.

Yungov modul. Djelujemo li na jednom kraju nekog izduženog a na drugom kraju učvršćenog tijela dužine  $L$  i poprečnog presjeka  $A$  silom  $F$ , tada će se tijelo produžiti ili skratiti za dužinu  $\Delta L$  već prema tome, da li ga vanjskom silom želimo rastegnuti ili stegnuti. U novom položaju ravnoteže unutrašnje napetosti u tijelu a koje su predstavljale otpor promjeni dužine, bit će jednake po iznosu i suprotne po smjeru vanjskoj sili. Napetost (sila na jedinicu površine) jest  $F/A$  i ona je proporcionalna relativnoj promjeni dužine (produženju jedinice dužine)  $\Delta L/L$  tijela, tj.

$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L} \quad (6-4,1)$$

gdje veličina  $E$  predstavlja modul (mjeru) elastičnosti materijala od kojeg se sastoji tijelo.  $E$  jest elastička konstanta dotične materije i zove se također i *Y u n g o v m o d u l*. Iz izraza (6-4,1) vidi se da što je veći  $E$  to je - uz konstantnu vanjsku napetost  $F/A$  - manja relativna promjena dužine tijela. Na pr. čelik ima veoma velik modul elastičnosti a guma veoma malen. Budući da veličina  $\Delta L/L$  nema dimenziju to modul elastičnosti  $E$  ima istu dimenziju kao  $F/A$  a to je u CGS-sistemu  $\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{cm}^{-2}$  tj. ima dimenziju sile na jedinicu površine (tlak ili vlak).

Izraz (6-4,1) napisan u obliku

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \frac{F}{A} \quad (6-4,2)$$

jest *H o o k e o v z a k o n* koji kaže, da je produženje proporcionalno opterećenju i obratno. Faktor proporcionalnosti  $\alpha = 1/E$

zove se k o e f i c i j e n t e l a s t i č n o s t i i on zna-  
či produženje jedinice dužine tijela, ako na jedinicu površine pop-  
rečnog presjeka djeluje sila jednaka jedinici.

Poissonova konstanta. Kod svake promjene dužine (dilatacija) e-  
lastičnog tijela dolazi do promjene poprečnih dimenzija (kontrakci-  
ja). Rastezanjem tijela u uzdužnom smjeru širina tijela se smanjuje  
i obratno. Odnos relativne promjene poprečnih dimenzija  $\frac{\Delta D}{D}$  i rela-  
tivne promjene dužine  $\frac{\Delta L}{L}$  jest P o i s s o n o v a k o n s t -  
s t a n t a , tako da vrijedi izraz

$$\frac{\Delta D}{D} = -\sigma \frac{\Delta L}{L} \quad (6-4, 3)$$

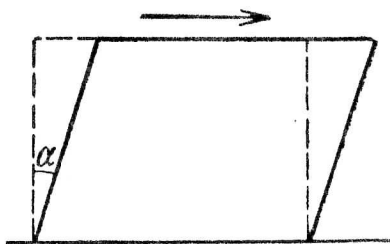
koji kaže da je kontrakcija proporcionalna dilataciji. Konstanta  $\sigma$   
ima najveću vrijednost 0,5 i to u slučaju da se pri deformaciji vo-  
lumen tijela nije promijenio; u protivnom ona je manja od 0,5.

Modul kompresije. Tlači li se neko tijelo sa s v i h stra-  
na tlakom  $\frac{F}{A}$  (sila na jedinicu površine) smanjit će mu se volu-  
men za iznos  $\Delta V$ . U novom stanju ravnoteže unutrašnje napetosti bit  
će jednake vanjskom tlaku i proporcionalne su relativnoj promjeni  
volumena  $\frac{\Delta V}{V}$  tijela tj.

$$\frac{F}{A} = k \frac{\Delta V}{V} \quad (6-4, 4)$$

gdje je  $k$  m o d u l k o m p r e s i j e . Njegova dimenzija u  
CGS-sistemu je  $\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

Modul smicanja. Smicanje nastaje kad na jednu plohu nekog tije-  
la sila djeluje tangencijalno. Zamislamo tijelo pravokutnog oblika,  
kojem je baza učvršćena a na gornju plohu djeluje sila i to tako,  
da je pomakne paralelno tj. duž njene vlastite ravnine za određeni



Sl. 6 - 4,1

iznos. Tijelo će pri tom promijeniti oblik ali ne i volumen. Pobočne plohe zakrenut će se za kut  $\alpha$ . U novom stanju ravnoteže unutrašnje napetosti bit će jednake sili  $F$  koja djeluje tangencijalno na jedinicu površine gornje plohe površine  $A$  i proporcionalne kutu  $\alpha$  tj.

$$\frac{F}{A} = n \cdot \alpha. \quad (6-4,5)$$

$n$  je modul smicanja ili modul torzije za materiju dotičnog tijela. Dimenzija tog modula jest u CGS-sistemu  $\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{cm}^{-2}$ .

Laméove konstante. To su konstante elasticiteta do kojih se dolazi u matematičkoj teoriji elasticiteta. Ima ih dvije a označuju se simbolima  $\lambda$  i  $\mu$ . Prva od njih ima istu dimenziju kao Yungov modul  $E$  a druga je identična s modulom smicanja  $n$ .

Za definiranje elastičkih svojstava homogenog i izotropnog sredstva, potrebna su po dva modula i to:

- faktor nestlačivosti  $k$  i modul smicanja  $n$ , ili
- Youngov modul  $E$  i Poissonova konstanta  $\sigma$ , ili
- Laméove konstante  $\lambda$  i  $\mu$ .

Među njima postoje ovi odnosi:

$$k = \lambda + \frac{2}{3} \mu = \frac{E}{3(1-2\sigma)}, \quad n = \mu = \frac{E}{2(1+\sigma)} \quad (6-4,6)$$

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{(\lambda + \mu)} = \frac{9kn}{3k+n}, \quad \sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)} = \frac{3k-2n}{6k+2n} = \frac{E}{2\mu} - 1 \quad (6-4,7)$$

$$\lambda = k - \frac{2}{3} n = \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}, \quad \mu = n = \frac{E}{2(1+\sigma)}. \quad (6-4,8)$$

### 6-5. Titranje i valovi

Pomaknemo li neko tijelo obješeno na elastičnoj oprugi iz položaja mirovanja tj. iz položaja u kojem su elastične sile opruge i težina tijela u ravnoteži i pustimo ga, tijelo će izvoditi **t i t r a n j e** odn. **o s c i l i r a n j e** oko položaja ravnoteže. Ako je veličina elastičnih sila koje djeluju pri titranju tijela proporcionalna s udaljenosti  $x$  od položaja ravnoteže, tada je titranje harmonijsko.

Harmonijsko titranje jedne točke - ako koristimo funkciju sinus - odvija se po zakonu

$$x = x_0 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t, \quad (6-5,1)$$

gdje je  $x$  elongacija točke,  $x_0$  njena amplituda,  $T$  period titranja točke a  $\frac{2\pi}{T}$  kružna frekvencija titranja.

Za brzinu  $v$  točke koja izvodi harmonijsko titranje vrijedi izraz

$$v = v_0 \cos \frac{2\pi}{T} \cdot t, \quad (6-5,2)$$

gdje je  $v_0 = \frac{2\pi}{T} \cdot x_0$  maksimalna brzina točke.

Akceleracija  $a$  tijela kod tog titranja jest

$$a = -a_0 \sin \frac{2\pi}{T} \cdot t, \quad (6-5,3)$$

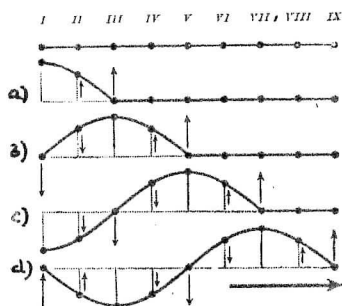
gdje je  $a_0 = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x_0$  maksimalna akceleracija točke. Uvrštenje tog izraza u (6-5,3) daje akceleraciju točke koja oscilira u zavisnosti o elongaciji  $x$  tj.

$$a = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot x. \quad (6-5,4)$$

Izraz pokazuje da je akceleracija kod harmonijskog titranja proporcionalna udaljenosti točke od položaja ravnoteže.

Čestice elastičnog tijela povezane su među sobom elastičnim silama i ako jedna čestica takvog tijela izvodi titranje, tada

ona pobuđuje na titranje i ostale čestice. Dakle u elastičnom tijelu titranje jedne čestice prenosi se na sve ostale. Ali taj prijenos nije istodoban. Uvijek prođe neko određeno vrijeme dok pojedine čestice tijela počnu titrati i to vrijeme je to veće što se pojedina čestica nalazi dalje od one, koja pobuđuje na osciliranje.



sl.6-5,1

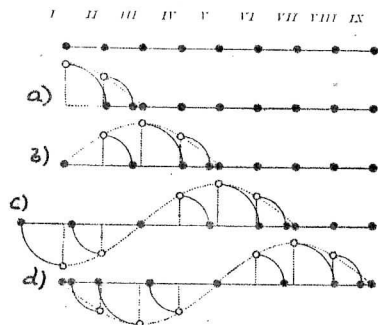
Predočit si to možemo na ovaj način. U sl.6-5,1 niz točaka I, II, III, ..., IX prikazuje čestice koje su međusobno povezane elastičnim silama a položaji a), b), c) i d) pokazuju četiri faze u kojima se one nalaze nakon svake osmine perioda  $T$  titranja ( $T/8$ ), iza kako je čestica I započela titranje i došla u prvi kranji položaj. Nakon vremena  $T$  čestica I izvršila je jedan potpuni titraj a ostale se nalaze u pojedinim fazama titranja. Čestica IX zatim pobuđuje daljnje čestice na titranje na analogan način. Čestice titraju oko svojih položaja ravnoteže a o s c i l a t o r n a e n e r g i j a širi se u označenom smjeru v a l n i m g i b a n j e m o d n. u obliku v a l a .

U spomenutom primjeru čestice titraju u smjeru okomitom na smjer širenja vala i to predstavlja mehanizam progresivnog t r a n s v e r z a l n o g vala.

Ako kod valnog gibanja čestice titraju u smjeru širenja oscilatorne energije tada nastaje progresivan l o n g i t u d i n a l a n val. Mehanizam tog vala pokazuje Sl.6-5,2 na analogan način



kao kod transversalnog vala i to kad se otkloni čestica (prema gore) zakrenu za  $90^\circ$  na desno a otkloni čestica prema dolje za  $90^\circ$  na lijevo.



Sl.6-5,2

Kod progresivnog longitudinalnog vala čestice se međusobno približavaju i udaljavaju te nastaju zgušćenja (kompresije) i razrjeđenja (dilatacije). Kod zgušćenja čestice se giblju u smjeru širenja vala a kod razrjeđenja u suprotnom smjeru. Ovdje dakle dolazi do promjena gustoće u sredstvu u kome se longitudinalan val širi.

Za uzdužno harmonijsko titranje čestica vrijede također izrazi (6-5,1) do (6-5,4).

Elongacija  $x$  neke čestice koja se nalazi na udaljenosti  $y$  od ishodišta pobude na osciliranje (čestica I) odredi se uzimajući u obzir činjenicu, da ona oscilira kao i čestica u ishodištu, samo s drugom fazom. Označimo li tu razliku u fazi sa  $t'$  tada je

$$t' = \frac{y}{c}, \quad (6-5,5)$$

gdje je  $c$  brzina širenja vala (oscilatorne energije). Prema tome elongacija  $x$  neke čestice na udaljenosti  $y$  od ishodišta vala bit će

$$x = x_0 \sin 2\pi \frac{t-t'}{T} = x_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{y}{cT} \right)$$

odnosno

$$x = x_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right), \quad (6-5,6)$$

gdje je  $\lambda = cT$  dužina vala.

Jednadžba (6-5,6) jest j e d n a d ž b a vala. Ona pokazuje da je elongacija svake čestice periodička, kako p o v r e - m e n u (ako t poraste za T) tako i p r o s t o r n o (ako y poraste za  $\lambda$ ).

Širenje energije titranjem niza međusobno povezanih čestica zove se v a l n o g i b a n j e . Za realizaciju takvog gibanja potreban je velik broj elemenata (čestica) iste vrste a skup takvih elemenata je s r e d s t v o ili m e d i j . Titranje se prenosi od jednog elementa na drugi i jedan od njih mora biti pobuđen na osciliranje vanjskom silom.

Ako su elementi poredani duž pravca valno gibanje je linearno (žica); ako su elementi rasprostranjeni u ravnini, valno gibanje je u r a v n i n i (napete membrane) a kod prostorne raspodjele nastaje p r o s t o r n o valno gibanje (zrak, Zemlja).

Valno gibanje kod progresivnog vala napreduje za jednu dužinu vala u vremenu T (period) a to je ujedno i vrijeme, u kojem prva čestica izvrši jednu potpunu oscilaciju. Prema tome dužina vala je također i put koji val prevali u vrijeme T. Stoga vrijedi za valno gibanje već spomenuta jednadžba

$$\lambda = cT. \quad (6-5,7)$$

Označimo li s n broj titraja u sekundi (frekvencija) tj.  $n = 1/T$ , tada vrijedi jednadžba

$$\lambda = \frac{c}{n}.$$

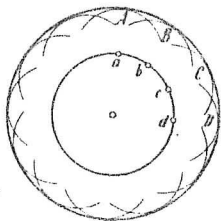
Širi li se prostorno valno gibanje u izotropnom sredstvo, bit će ono u svim smjerovima jednako. Sve čestice u jednakoj udaljenosti od ishodišta pobude na osciliranje, oscilirat će s istom fazom i skup takvih čestica tvori v a l n u p l o - h u. Valne plohe u spomenutom slučaju bit će koncentrične kugle, kojima je središte u ishodištu valnog gibanja a polumjeri tih kugala jesu z r a k e kuglastog vala.

Intenzitet valnog gibanja kuglastog vala opada s kvadratom udaljenosti od ishodišta, jer se oscilatorna energija raspodjeljuje na sve veći broj čestica odn. na sve veću valnu plohu, veličina koje raste s kvadratom polumjera valne plohe (oplošje kugle =  $4r^2\pi$ ).

U velikoj udaljenosti od ishodišta kuglastog vala, jedan mali dio valne plohe može se smatrati ravninom; tada se govori o ravnom valu. Zraka tog vala također je okomita na valnu plohu, koja je ravnina.

H u y g e n s - o v p r i n c i p. Primjenom Huygensovog principa objašnjavaju se mnoge pojave kod valnog gibanja a to su u prvom redu refleksija i lom vala. Prema tom principu svaka čestica koja je zahvaćena valnim gibanjem može se smatrati ishodištema novog valnog gibanja. Ti novi valovi zovu se e l e m e n t a r n i v a l o v i . Oni se šire istom brzinom kao i glavni val.

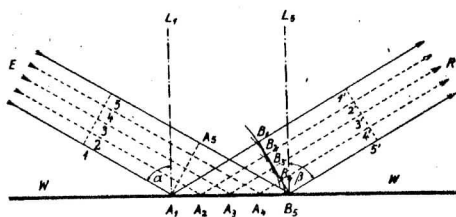
U Sl.6-5,3 ishodište vala jest u tački C. Na unutarnjoj valnoj plohi koju promatramo, čestice a,b,c,d... titraju s istom fazom i njih smatramo ishodištem elementarnih valova, koji se šire jednakom brzinom na sve strane. Na valnoj plohi II tačke A,B,C,D...



Sl.6-5,3

istodobno sa rezultante svih elementarnih valnih gibanja, kojih je ishodište u tačkama a,b,c,d..., tako da valne plohe elementarnih valova baš tvore plohu glavnog vala, kojem je ishodište u ishodištu C. Ta predodžba o prostornom širenju valnog gibanja zove se Huygensov princip.

Zakon refleksije. Na Sl.6-5,4 prikazan je ravni val, od kojeg je označeno pet zraka koje zgađaju zapreku WW. Ako val ne prelazi zapreku dolazi do refleksije vala. Promatrat se čas kad fronta vala  $A_1A_5$  u tački  $A_1$  stiže na granicu WW. Tada zraka 1 u tački  $A_1$  uzrokuje elementarni val, koji se oko  $A_1$  širi kao kuglasti val. Nešto kasnije stiže na granicu



Sl.6-5,4

u tački  $A_2$  zraka 2, zatim u  $A_3$  zraka 3 itd.

U času kad je zraka 5 stigla na granicu u tačku  $B_5$ , promjer (prevaljeni put) kuglastog elementarnog vala iz  $A_1$  jednak je  $A_1B_1$  odn.  $A_5B_5$  a elementarni valovi iz  $A_2, A_3$  i  $A_4$  stigli su do  $B_2, B_3$  i  $B_4$ . Tangencijalna ravnina  $B_1B_5$  na te elementarne kuglaste valove jest valna ploha ili f r o n t a reflektiranog vala.

Okomice  $1', 2', 3', 4'$  i  $5'$  iz tačaka  $A_1$  do  $B_5$  na frontu  $B_1B_5$  reflektiranog vala jesu r e f l e k t i r a n e zrake.

Kut u p a d a n j a  $\alpha$  vala jest kut što ga zatvaraju zrake vala (smjer vala) s okomicama na granicu ( $A_1L_1, B_5L_5$ ) a kut r e f l e k s i j e  $\beta$  jest kut što ga zatvaraju zrake reflektiranog vala (smjer reflektiranog vala) s okomicama na granicu.

Budući da je  $A_1B_1 = A_5B_5$ , trokuti s vrhovima  $A_1B_1B_5$  i  $B_5A_5A_1$  jesu sukladni (sve tri stranice jednake) bit će

$$\sphericalangle A_5A_1B_5 = \sphericalangle A_5B_5A_1$$



fronte elementarnih valova jest fronta glavnog vala u sredstvu II.

Smjer širenja vala u sredstvu II nije isti kao u sredstvu I jer se je val pri prijelazu granice TT lomio u odnosu prema okomici  $A_1L_1$ .

Označi li se kut upadanja vala u sredstvu I s  $\alpha$  a kut loma (kut između smjera vala i okomice  $L_1A_1$  u sredstvu II) s  $\beta$  tada se vidi da je  $\alpha > \beta$ .

Budući da je  $\angle A_5A_1B_5 = \alpha$  i  $\angle A_1B_5B_1 = \beta$  vidi se iz trokuta  $A_1A_5B_5$   $\sin \alpha = \frac{A_5B_5}{A_1B_5}$ , i

iz trokuta  $A_1B_5B_1$   $\sin \beta = \frac{A_1B_1}{A_1B_5}$ .

Podijeli li se prva jednadžba s drugom dobiva se

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{A_5B_5}{A_1B_1}$$

a zatim brojnik i nazivnik desne strane s vremenom  $t$  dolazi se do zakona loma, koji glasi

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c_1}{c_2} = n,$$

gdje omjer brzine  $c_1/c_2 = n$  predstavlja indeks loma. Taj omjer jest konstantna veličina i daje odnos brzine u jednom i drugom sredstvu. Ako je  $c_1 > c_2$  tada  $\beta < \alpha$  a za  $c_1 < c_2$  tada  $\beta > \alpha$ . U prvom slučaju val se lomi prema okomici a u drugom od okomice.

Lijepu predodžbu loma vala daje ova mehanička analogija. Neka je sredstvo I livada s čvrstom i glatkim tlom a sredstvo II jedna tek preorana njiva. Grupa vojnika koji stupaju u frontu  $A_1A_5$  nakon prijelaza granice promijenit će smjer kretanja, jer će se

svaki pojedinac pri dolasku na neravno i meko tlo polaganije kretati.

#### 6-6. Princip seizmografa

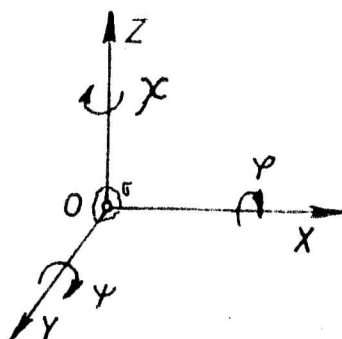
Osnov mikroseizmičkih metoda istraživanja u seizmologiji jesu podaci seizmografa. Seizmograf je instrument, kojim se registri-  
raju pomaci tla od potresa, a rezultat te registracije jest slika  
gibanja tla na dotičnom mjestu tj. **s e i z m o g r a f**.

Osnovni princip tog instrumenta je jednostavan. Masa veće ili  
manje težine postavi se tako, da što manje slijedi pomake tla  
izazvane potresom. Masa je povezana sistemom lakih poluga s pi-  
saljkom, koja na počadenom papiru bilježi pomake tla. To je me-  
hanička registracija, koja dozvoljava određenu osjetljivost. Kod  
vrlo osjetljivih seizmografa koristi se optička registracija.  
Masa se nalazi u magnetskom polju, čije gibanje pri pomacima tla  
inducira elektromotornu silu. U galvanometru s zrcalom se poma-  
ci : reflektiranom zrakom svjetlosti prenose na fotografski  
papir.

Seizmografi su tako građeni a i postavljeni da ne registrira-  
ju rezultanтни pomak tla nego njegove komponente.

Kod pomaka tla gibanje elementarne plohe  $\sigma$  rastavljamo u  
odnosu prema prostornom pravokutnom koordinatnom sistemu:  $x$ -os  
prema sjeveru (N);  $y$ -os prema istoku (E);  $z$ -os vertikalno prema  
gore. To je dakle lijevi koord.sistem. Gibanje te plohe imaće  
6 komponentata i to **t r i t r a n s l a c i j e** (po jedna je  
paralelna sa svakom osi) i **t r i r o t a c i j e** (po jedna oko  
svake osi).

Translacije označujemo sa  $X, Y, Z$  a rotacije sa  $\varphi, \psi, \chi$ .  
Translacije računamo pozitivno u smjeru prema N, E i prema gore  
a rotacije u obrnutom smjeru okretanja kazaljke na satu gledaju-  
ći iz ishodišta O prema poz.smjeru dotične osi, jer je koord.  
sistem lijevi (Sl.6-6,1). Svaka od tih 6 komponentata jest funkci-  
ja vremena  $t$ .



Sl. 6 - 6,1

Za prikaz stvarnog pomaka tla potrebno je imati 6 različitih seizmografa i to tri za translacije i tri za rotacije, jer svaki instrument daje registraciju jedne komponente pomaka tla u zavisnosti o vremenu  $t$ .

Tih 6 komponentata pomaka tla mogu se utvrditi i makroseizmičkim putem tj. iz vidljivih učinaka na površini (na pr. iz pomaka tla, savijanja tla oko horizontalnih osi i zakretanja dijelova spomenika oko vertikalne osi) a ne samo na instrumentima tj. mikroseizmičkim putem.

Pomak tla  $\xi$  koji daje instrument jest relativan. On uključuje stvarni pomak tla i pomak instrumenta, jer je instrument u čvrstoj vezi sa tlom. Instrument dakle daje relativnu komponentu pomaka tla u zavisnosti o vremenu, tj.

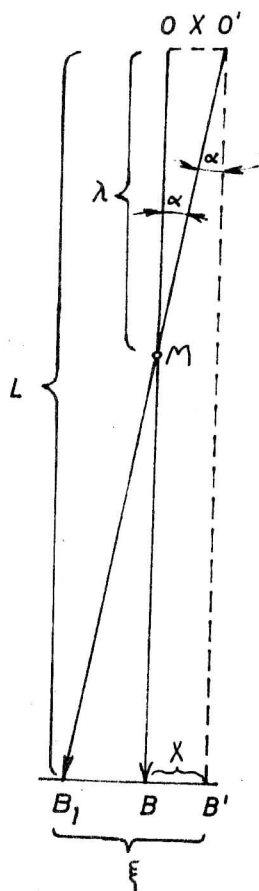
$$\xi = \xi(t). \quad (6-6,1)$$

Osnovni zadatak seismometrije (nauka o utvrđivanju i mjerenju pomaka tla) jest određivanje stvarne veličine dotične komponente pomaka tla, na pr. za X-komponentu

$$X = X(t). \quad (6-6,2)$$



Za utvrđivanje pomaka tla potrebno je raspolagati sa jednom čvrstom tačkom, koja ne bi slijedila pomake tla i jednom pomičnom pločom u čvrstoj vezi sa tlom, na kojoj bi mehaničkim ili optičkim putem neprekidno bio označen položaj spomenute čvrste tačke. Ali takvu fiksnu tačku, koja za cijelo vrijeme gibanja tla ne bi slijedila pomake tla nije moguće realizirati. Moguće ju je realizirati samo za jedno kratko vrijeme i to pomoću njihala.



Sl. 6 - 6,2

Njihalo OM(Sl.6-6,2) koje se koristi jest fizikalno i ono je u pogledu perioda T ekvivalentno jednom matematičkom njihalu, ako se njegova dužina nadomjesti reduciranom dužinom dotičnog fizikalnog njihala. Na masu M pričvršćena je pisaljka MB, o čijoj dužini zavisi povećanje. Kad se tlo pomakne iz B u B' objesište se pomakne iz O u O', dakle za pomak X. Zbog ustrajnosti masa njihala u tački M ostat će na miru a pisaljka odn. zraka svjetlosti u odnosu prema reg.papiru pomaknut će se iz B u B<sub>1</sub>, dakle u suprotnom smjeru od smjera pomaka tla. Označimo li daljinu OB sa L bit će:

$$\begin{aligned} \lambda : (L-\lambda) &= X : (\xi - X), \\ \xi &= \frac{L}{\lambda} \cdot X; \quad X = \frac{\lambda}{L} \xi, \end{aligned} \quad (6-6,3)$$

gdje je  $\xi$  relativni pomak pisaljke.

Posljednja jednačba pokazuje da se prava veličina X jednog pomaka tla može odrediti, ako se poznaju veličine L i  $\lambda$  i izmjeri relativan pomak  $\xi$  na seizmogramu.

Kod seizmografa se koristi princip ustrajnosti za dobivanje čvrste tačke, u odnosu na koju bar u prvom momentu možemo utvrditi pomak tla. Ako se veličina X vremenom mijenja i prelazi od pozitivnih vrijednosti na negativne dakle titra, tačka M (masa njihala) neće ostati u mirovanju, nego će i ona početi oscilirati.

Prema tome seizmogram predstavlja r e z u l t a n t u od dva gibanja i to stvarnog gibanja tla i vlastitog gibanja njihala odn. instrumenta.

Glavni zadatak sastoji se u tome, da se iz seizmograma eliminiira vlastito njihanje instrumenta i da se dobiju pravi pomaci tla. Interesantan je slučaj, ako je gibanje tla jednostavno harmonijsko titranje, za koje vrijedi zakon:

$$X = X_0 \sin \left( \frac{2\pi}{T_p} t + \delta \right) \quad (6-6,4)$$

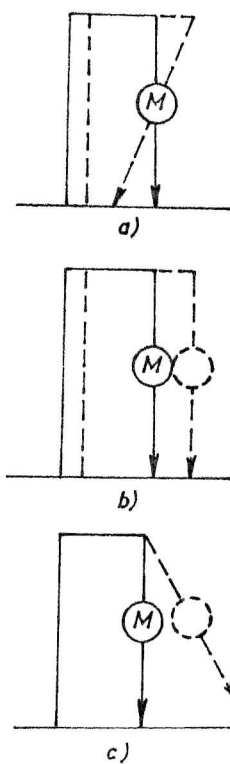
gdje je  $X_0$  amplituda,  $\frac{2\pi}{T_p}$  jest kružna frekvencija a  $\delta$  fazna konstanta. Jednostavno  $P$  harmonijsko je onda ako  $X_0 = \text{konst.}$  i  $\frac{2\pi}{T_p} = \text{konst.}$  Period osciliranja tla jest  $T_p$ .

Ako su amplitude male tada će i vlastito gibanje njihala imati karakter harmonijskog osciliranja sa periodom

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}, \quad (6-6,5)$$

gdje je  $T$  period osciliranja instrumenta.

ODNOS  $\frac{T_p}{T}$



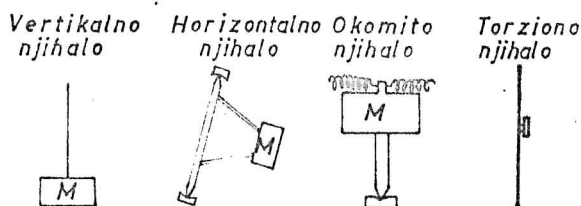
Sl. 6 - 6,3

Ali rezultanta jednog i drugog, koju pokazuje seizmogram neće biti sinusoida nego jedna zamršena krivulja, naravno ako se vlastito gibanje njihala ne priguši. Osim toga otkloni neće zavisiti

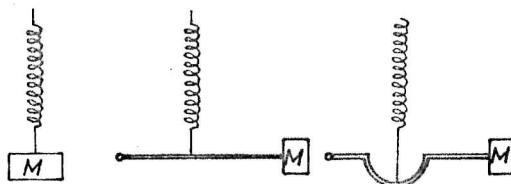
samo o veličinama  $L$  i  $\lambda$  nego i o amplitudi  $X_0$  i periodu  $T_p$  odn. tačnije rečeno o odnosu  $\frac{T_p}{T}$ . Veličina otklona kod određenog  $X_0$  zavisit će o omjeru  $\frac{T_p}{T}$  i to:

- a)  $T_p < T$  - period titranja tla je manji od vlastitog perioda seizmografa. U tom slučaju masa nema mogućnosti niti vremena slijediti titranje objesišta i bit će - barem u početku - u mirovanju. Pisaljka će dakle s određenim povećanjem zabilježiti pomak tla (Sl.6-6,3a);
- b)  $T_p > T$  - period titranja tla je veći od vlastitog perioda seizmografa. Tada masa može slijediti titranje tla i neće se zabilježiti pomak tla (Sl.6-6,3b);
- c)  $T_p = T$  - period titranja tla jednak je vlastitom periodu seizmografa. To je pojava resonancije, jer masa dobiva impulse u ritmu pomaka tla, sve se više njiše i povećanje u zavisnosti o periodu je tada vrlo zamršeno (Sl.6-6,3c).

U Sl.6-6,4a) dajemo nekoliko položaja mase kod horizontalnih seizmografa a u Sl.6-6,4b) kod vertikalnih seizmografa.



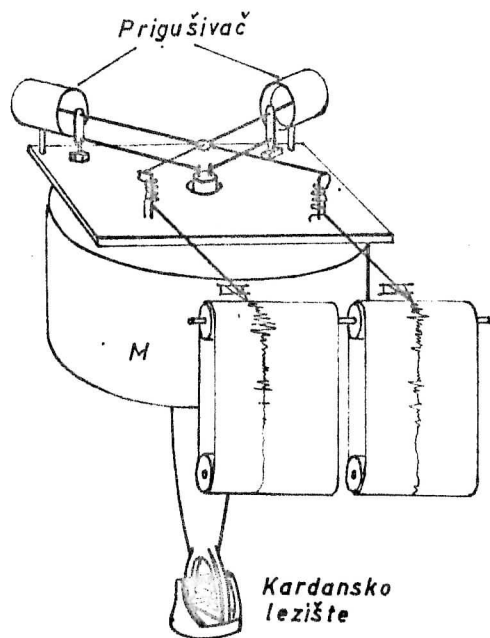
a) HORIZONTALNI SEIZMOGRAF



b) VERTIKALNI SEIZMOGRAF

Iz naprijed izloženog vidi se, da povećanje zavisi također o odnosu perioda osciliranja tla i vlastitog perioda seizmografa. Osim toga oscilacijama tla od potresa superponira se i vlastito osciliranje seizmografa, koje predstavlja jednu smetnju. Da bi uklonili tu smetnju nužno je osciliranje mase seizmografa prigušiti a to se postiže prigušivačima.

Prigušivač na zrak se sastoji od stapa, koji tačno pristaje u cilindar i može se u njemu gibati. Stap je preko poluga u vezi s masom, a cilindar je u vezi s tlom. Kod gibanja mase stap ili tlači zrak ili ga razređuje i time prigušuje vlastito osciliranje mase. Postoje još prigušivači s tekućinom i magnetski prigušivači.



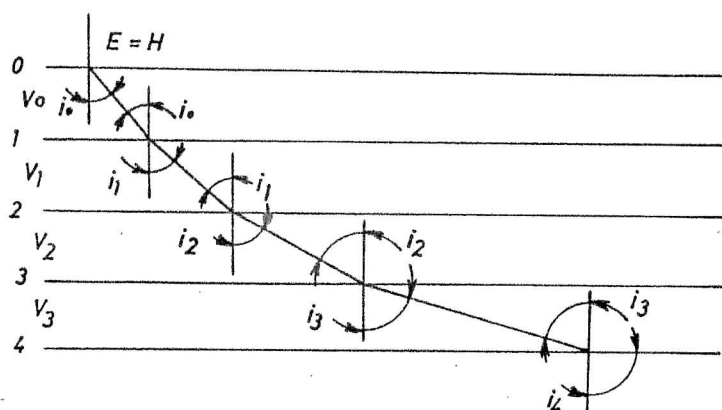
Sl. 6 - 6,5. Wiechert-ov seizmograf.

Sl.6-6,5 prikazuje shemu horizontalnog seizmografa Wiechert. Kod tog seizmografa masa nije obješena nego se nalazi u labilnoj ravnoteži. Komponenta pomaka tla u horizontalnog ravnini odmah se rastavlja u N-S i E-W komponentu. Za vertikalnu komponentu postoji poseban seizmograf, kod kojeg masa visi na oprugama.

# 6-7. Valovi potresa

Kod širenja valova potresa titraju čestice Zemlje a budući da su one međusobno povezane elastičkim silama, valovi potresa jesu elastički valovi. Prostorni valovi potresa jesu longitudinalni i transverzalni.

Izvest ćemo sada uvjete kojima treba zadovoljavati zraka seizmičkog vala kad se lomi na ravnim i na zakrivljenim ploham.



Sl. 6 - 7,1

Zamislamo nekoliko ravnih paralelnih slojeva u kojima su brzine širenja elastičkih valova  $v_0, v_1, v_2$  itd. Granice slojeva označit ćemo sa 0, 1, 2, 3 itd. Ako brzina s dubinom raste tj. ako  $v_0 < v_1 < v_2$  itd. tada će se zraka tog vala na svakoj granici lomiti i to od okomice. Kutove upadanja i loma na granicama označit ćemo s  $i_0, i_1, i_2$  itd. (Sl.6-7,1).

Tada -prema zakonu loma-  
na granici 1 bit će 
$$\frac{\sin i_0}{v_0} = \frac{\sin i_1}{v_1},$$

" " 2 " " 
$$\frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2},$$

" " 3 " " 
$$\frac{\sin i_2}{v_2} = \frac{\sin i_3}{v_3},$$

(6-7,1)

na granici 4 bit će  $\frac{\sin i_3}{v_3} = \frac{\sin i_4}{v_4}$ .

Odatle se vidi da vrijedi odnos

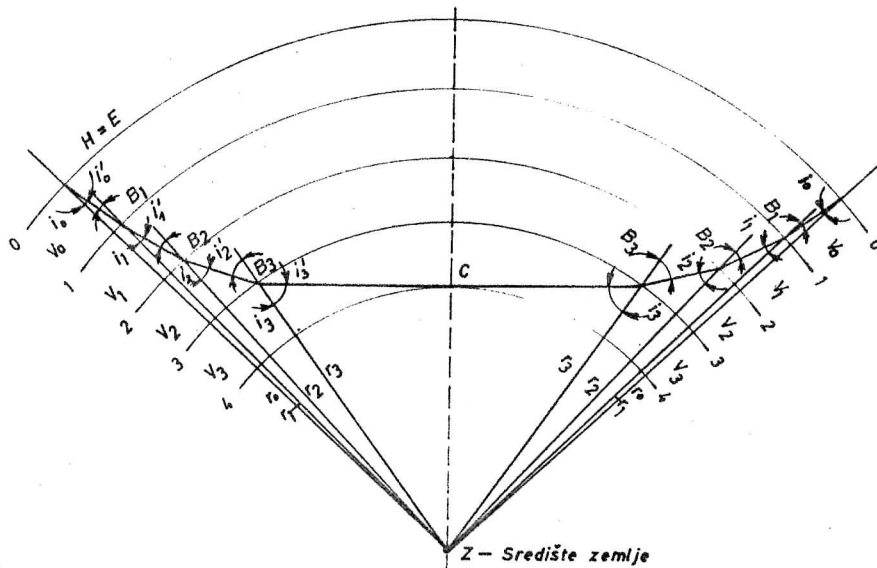
$$\frac{\sin i_0}{v_0} = \frac{\sin i_1}{v_1} = \dots = \text{konst.}$$

Dakle zraka vala treba zadovoljavati uvjet

$$\frac{\sin i}{v} = \text{konst.} \quad (6-7,2)$$

Ako je kut  $i_4 = 90^\circ$  onda je  $i_3$  onaj kritični upadni kut za koji je kut loma  $90^\circ$ . U tom slučaju vrijedi

$$\sin i_3 = \frac{v_3}{v_4}. \quad (6-7,3)$$



Sl. 6 - 7,2

Međutim ako su slojevi zakrivljeni (Sl.6-7,2) tada će zraka morati zadovoljavati uvjet

$$\begin{array}{lll}
 \text{na granici 1} & \frac{\sin i'_0}{v_0} = \frac{\sin i_1}{v_1}, & \\
 \text{" " 2} & \frac{\sin i'_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2}, & (6-7,4) \\
 \text{" " 3} & \frac{\sin i'_2}{v_2} = \frac{\sin i_3}{v_3}. &
 \end{array}$$

Ovdje vidimo da jednakost kao u prethodnom slučaju ne vrijedi. No iz trokuta  $ZHB_1$  slijedi po sinusovom poučku

$$\sin i'_0 = \frac{r_0}{r_1} \sin i_0,$$

$$\text{iz trokuta } ZB_2B_1 \quad \sin i'_1 = \frac{r_1}{r_2} \sin i_1, \quad (6-7,5)$$

$$\text{iz trokuta } ZB_3B_2 \quad \sin i'_2 = \frac{r_2}{r_3} \sin i_2,$$

i dalje snalogno kao prije.

Uvrsti li se u odgovarajuće jednadžbe iznose za  $\sin i'_0$ ,  $\sin i'_1$  itd. dobiva se:

$$\begin{array}{lll}
 \text{na granici 1} & \frac{r_0 \sin i_0}{v_0} = \frac{r_1 \sin i_1}{v_1}, & \\
 \text{" " 2} & \frac{r_1 \sin i_1}{v_1} = \frac{r_2 \sin i_2}{v_2}, & (6-7,6) \\
 \text{" " 3} & \frac{r_2 \sin i_2}{v_2} = \frac{r_3 \sin i_3}{v_3}. &
 \end{array}$$

Odatle se vidi da vrijedi odnos

$$\frac{r_0 \sin i_0}{v_0} = \frac{r_1 \sin i_1}{v_1} = \dots = \text{konst.} \quad (6-7,7)$$



Dakle za zraku vala ako su granice slojeva kugle vrijedi

$$\frac{r \sin i}{v} = \text{konst.}$$

Naprijed spomenuti longitudinalni i transverzalni elastički valovi prolaze kroz Zemlju, dakle kroz materiju pa se stoga i zovu valovi materije.

Ne kod potresa javljaju se i površinski valovi koji putuju duž površine Zemlje tj. duž granice s atmosferom. Karakteristika im je, da njihova amplituda opada dubinom po logaritamskom zakonu, tako da je njihova energija skoncentrirana na jednu zonu duž površine Zemlje.

Ima ih dvije vrste:

- a) R a y l e i g h -evi valovi, koji predstavljaju jednu kombinaciju longitudinalnih i transverzalnih valova, tako da čestice kod titranja izvode gibanja duž elipse. Velika os elipse je okomita na površinu Zemlje i smjer širenja a mala os u smjeru širenja tog vala;
- b) L o v e -ovi valovi su transverzalni valovi koji se šire u jednom sloju uz površinu s nešto različitim elastičkim svojstvima, nego što ih ima granični sloj s atmosferom.

Brzina im zavisi o dužini vala.

Brzina širenja elastičkih valova zavisi o gustoći i elastičkim svojstvima materije, kroz koju prolaze. Već je spomenuto da su elastička svojstva materije karakterizirana elastičkim konstantama. Dat ćemo izraze za brzinu longitudinalnih i transverzalnih elastičkih valova koji prolaze kroz materiju s Young-ovim modulom  $E$  i Poisson-ovom konstantom  $\sigma$ . Prvi je mjera za silu kod dilatacija i kontrakcija elastičke materije a drugi za geometrijsku promjenu oblika materije.

Teorija elastičnosti pokazuje, da se u homogenom izotropnom elastičkom sredstvu longitudinalni val širi brzinom  $v_L$

$$v_L = \sqrt{\frac{E}{\rho} \left( 1 + \frac{2\sigma^2}{1-\sigma-2\sigma^2} \right)}, \quad (6-7,8)$$

a transverzalni brzinom  $v_T$

$$v_T = \sqrt{\frac{E}{\rho} \frac{1}{2(1+\sigma)}}. \quad (6-7,9)$$

Prema prednjim izrazima omjer brzina longitudinalnih i transverzalnih valova jest

$$\frac{v_L}{v_T} = \sqrt{\frac{1-\sigma}{1/2-\sigma}}. \quad (6-7,10)$$

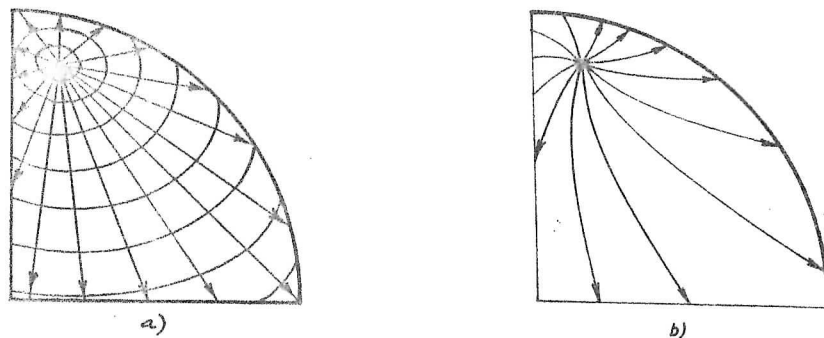
Budući da je brzina longitudinalnih valova uvijek veća od brzine transverzalnih valova taj omjer je veći od 1. U specijalnom slučaju za  $\sigma = 0,25$  omjer iznosi  $\sqrt{3} = 1,73$ .

Iz jednadžbi za brzine vidimo, da je ona proporcionalna drugom korjenu iz  $E$  a obrnuto proporcionalna drugom korjenu gustoće  $\rho$ . Prema tome bi se očekivalo da će u teškim i kompaktnim stijenama brzina valova biti manja, no pokazalo se je da je obratno. Iz toga se može zaključiti da se elastičnost stijena kreće u mnogo širim granicama nego gustoća i da na promjene brzine više utječu promjene u elastičkim svojstvima nego promjene gustoće.

Brzina valova općenito raste dubinom. Naime dubinom raste i kompaktnost slojeva, jer se oni nalaze pod većim tlakom a i tokom geoloških perioda donji slojevi su očvrsnuli i povećala su im se elastička svojstva. Naravno to vrijedi samo za litosferu. Toj okolnosti možemo zahvaliti da valovi potresa dolaze na površinu, jer se idući u dubinu lome od okomice.

Od ishodišta potresa - hipocentra - šire se valovi potresa na sve strane. Kad bi materija iz koje je Zemlja sastavljena bila svuda istog sastava, tako da su sva mjesta i svi smjerovi istih fizikalnih karakteristika (tj. da je gustoća jednaka, brzina širenja valova ista itd.), tada bi se od ishodišta potresa valovi

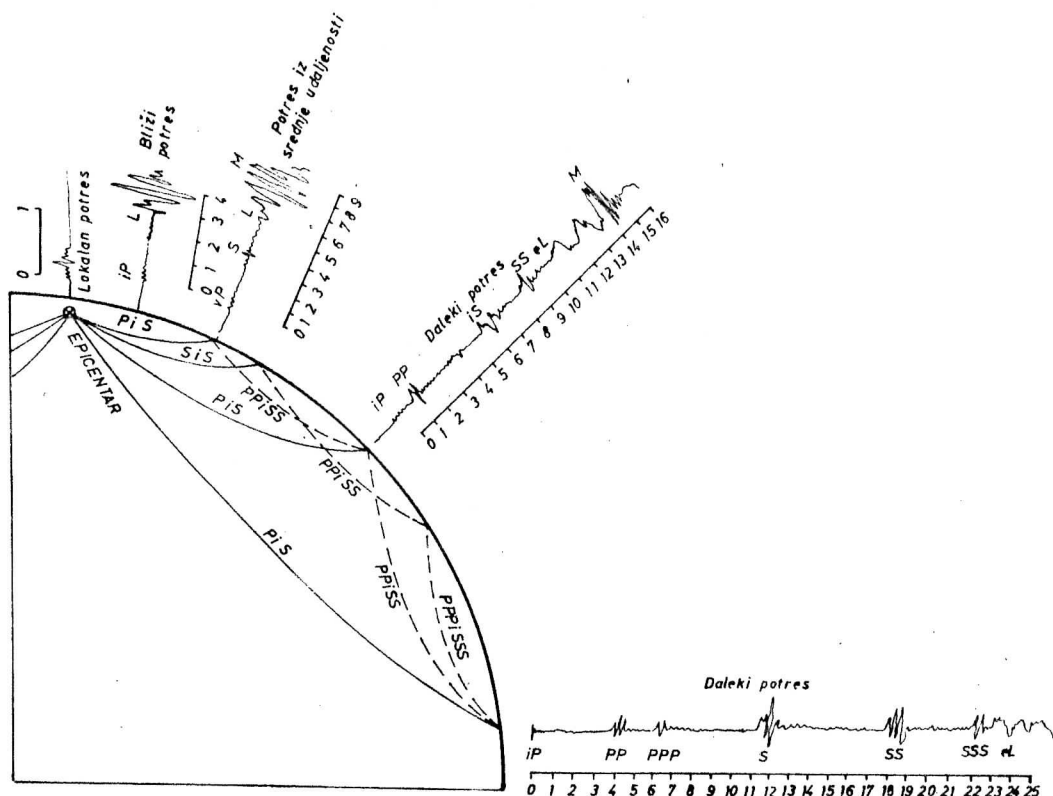
Širili na sve strane a zrake bi im bile pravci. U tom slučaju valovi potresa bili bi kuglasti valovi i fronte valova u svakom momentu imale bi oblik kugle (Sl.6-7, 3a).



Sl. 6 - 7, 3

Ne nailaze li valovi potresa na sredstva, u kojima im je brzina širenja različita, tada se valovi lome i to tako, da ako prelaze u sredstvo u kome je brzina širenja manja lome se k okomici na granicu, a ako prelaze u sredstvo u kome je brzina širenja veća, lome se od okomice. Ako granice nisu oštro određene i ako promjene brzine širenja nisu velike, tada se fronte valova zakreću i zrake valova bit će zakrivljene (Sl.6-7, 3b).

Promatramo li registraciju jednog jačeg potresa, ishodište kojeg nije suviše blizu dotičnog seizmografa, tada možemo uočiti tri grupe valova: prvo stižu p r e t h o d n i valovi, malih amplituda s periodima do 15 sekunda; zatim dolaze valovi s većim periodima, koji se zovu g l a v n a faza, jer su obično kod tih valova maksimalni pomaci tla; zatim dolaze valovi pravilnog oblika s eventualnim ponovnim maksimumom pomaka tla (sekundarni maksimumi) i velikim periodima ( z a v r š n a faza).



Sl. 6 - 7,4

Kod dalekih potresa prethodni valovi sastoje od dvije grupe valova ( P i S ), od kojih ovi drugi imaju veće periode a najčešće i nešto veće amplitude. Između prvih i drugih valova mogu se uočiti još neke specijalne faze.

Mjerenjem brzine širenja valova utvrdilo se već ranije, da prethodni valovi dolaze do nas kroz unutrašnjost Zemlje. 1899. godine izrekao je Wiechert pretpostavku, da su valovi koji prvi stižu, a označujemo ih s P, longitudinalni a oni koji stižu kasnije, a nose oznaku S, da su transverzalni valovi. Nekoliko godina kasnije to se i dokazalo. Osim toga Wiechert je 1906. godine utvrdio, da su pojedine faze (valovi) koji stižu između P i S valova, refleksije tih valova od površine Zemlje. Dopire

li jedan longitudinalan val do površine Zemlje, tada se jedan dio njegove energije očituje u pomaku tla, a drugi dio reflektira i to obično kao longitudinalan ili transverzalni val. Prema tome na jednoj stanici iza P valova, koji su stigli direktno, dolaze još i valovi koji su se reflektirali u sredini između epicentra i stanice (simbol PP) odnosno ako su se dva puta reflektirali PPP. Oni koji su se reflektirali kao transverzalni označuju se PS ili PPS itd.

Teoretski broj refleksija je neograničen. Posve analogno vrijedi i za transverzalne valove. U Sl. 6-7,4 šematski su prikazane putanje prethodnih valova u unutrašnjosti Zemlje i izgled seizmograma.

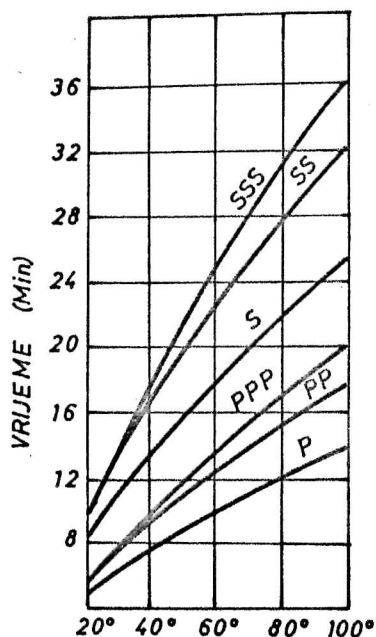
Pod vremenom putovanja vala razumijeva se vrijeme, koje je potrebno da val stigne od hipocentra do seizmičke stanice. Da bi se to vrijeme odredilo potrebno je poznavati moment, kad je potres u hipocentru nastao, a to je ono što je obično nepoznato. No iz seizmograma možemo odrediti momente dolaska pojedinih valova, a iz njihovih vremenskih razlika zaključiti o daljini ishodišta potresa tj. hipocentra. Iz podataka o vremenima dolaska pojedinih valova na jednu seizmičku stanicu ili tačnije iz njihovih vremenskih razlika veoma je teško zaključiti na vrijeme, kad je potres nastao u hipocentru, jer nije poznata dubina hipocentra. Osim toga Zemlja nije kugla a također i raspodjela masa nije simetrična. Stoga mora i vrijeme, koje prođe da val potresa prevali put do jedne seizmičke stanice, već prema smjeru u kom se ona nalazi, biti različit. U praksi se pokazalo, da kod dalekih potresa, - a takvi se isključivo i koriste kod istraživanja unutrašnjosti Zemlje - te diferencije su unutar granica tačnosti podataka opažanja.

### 6-8. Hodohrone i mikro seizmička metoda određivanja epicentra potresa

Raspolaže li se na jednoj seizmičkoj stanici s podacima o dolasku pojedinih valova potresa, kojih se epicentri nalaze u različitim udaljenostima od stanice, tada se konstruiraju h o d o - h r o n e pojedinih valova potresa (P, PP, PPP, S, SS itd.). Hodohrone pokazuju zavisnost između udaljenosti epicentra potresa i vremena, koje je bilo potrebno, da pojedini valovi prevale put od epicentra do stanice. One se konstruiraju grafički i to tako, da se na os apscisa nanese daljine od stanice do epicentra potresa, a na os ordinata vrijeme, koje je proteklo od momenta nastupa potresa u hipocentru do dolaska pojedinog vala na dotičnu stanicu. Daljine na osi apscisa izrazuju se u stupnjevima ( $1^{\circ} = 111,1 \text{ km}$ ).

Hodohrone se određuju i onda, kad se raspolaže s podacima o valovima jednog potresa na stanicama, koje se nalaze u različitim udaljenostima od epicentra.

U Sl.6-8,1 prikazane su hodohrone valova potresa, koji se nalaze u udaljenosti od  $20^{\circ} - 100^{\circ}$ . Tako bi izgledale hodohrone za valove u prethodnoj slici potresa.



Sl. 6 - 8,1

Pomoću hodohrona može se u prvom redu odrediti daljina epicentra potresa. Kad se jedan potres registrira, potrebno je iz registracije odrediti vremena dolaska pojedinih faza i ta vremena nanijeti u mjerilu ordinate hodohrone na jedan papir. Tada se papir postavi na hodohrone i pomiče tako dugo, dok se pojedine oznake faza ne poklapaju s hodohronama. Kad je poklapanje postignuto, na apscisi se očita daljina.

No za lokaciju epicentra potrebno je poznavati i smjer iz kojeg su došli valovi. Za to se koriste komponente početnog pomaka tla, naravno ako je dovoljno markantan. Iz veličine horizontalnih komponenata pomaka tla u smjerovima N-S i E-W može se odrediti komponenta pomaka tla u horizontalnoj ravnini (hipotenuza pravokutnog trokuta, kome su N-S i E-W komponenta katete) i ona daje smjer titranja tla. Da bi se odredio i azimut smjera iz kojeg su valovi došli, potrebno je utvrditi, kod longitudinalnih valova, da li je pomak tla odgovarao kompresiji ili dilataciji vala. O tome se zaključuje iz smjera vertikalne komponente pomaka tla.

Za približno određivanje epicentra potresa dovoljni su podaci jedne seizmičke stanice, naravno u slučaju, da se iz početnog pomaka može zaključiti na azimut epicentra.

Međutim teoretski epicentar potresa je određen s podacima o daljini i azimutu od najmanje dvije seizmičke stanice. Podatkom o daljini određena su geometrijska mjesta svih mogućih epicentara na dvije kružnice, od kojih svaka ima središte u dotičnoj stanici. Kružnice se sijeku u dvije tačke i u jednoj od njih - a prema utvrđenom azimutu - jest epicentar potresa.

Ako postoji podatak o daljini od najmanje tri seizmičke stanice, tada je to dovoljno, jer se tri kružnice sijeku u jednoj tački. Koriste li se podaci o epicentralnim daljinama od više seizmičkih stanica, tada se za određivanje najvjerojatnijeg mjesta položaja epicentra primjenjuju metode računa izjednačenja.

Pored položaja spicentra potresa, potrebno je odrediti dubinu hipocentra i epicentralno vrijeme. Danas se za to koriste podaci analize seizmograma svih seizmičkih stanica, koje se skupljaju u većim seizmičkim centrima, koji iz njih izvode, računaju i određuju naprijed spomenute podatke o potresu.

Najvažniji od tih seizmičkih centara jesu

- Bureau Central International de Séismologie u Strasbourgu u Francuskoj;
- International Seismological Summary, prije u Oxfordu a sada na Kew-Observatory, Richmond u Engleskoj; i
- U.S.Coast and Geodetic Survey uz saradnju s Jesuit Seismological Association u Washingtonu u U.S.A.

#### 6-9. Istraživanja unutrašnjosti Zemlje

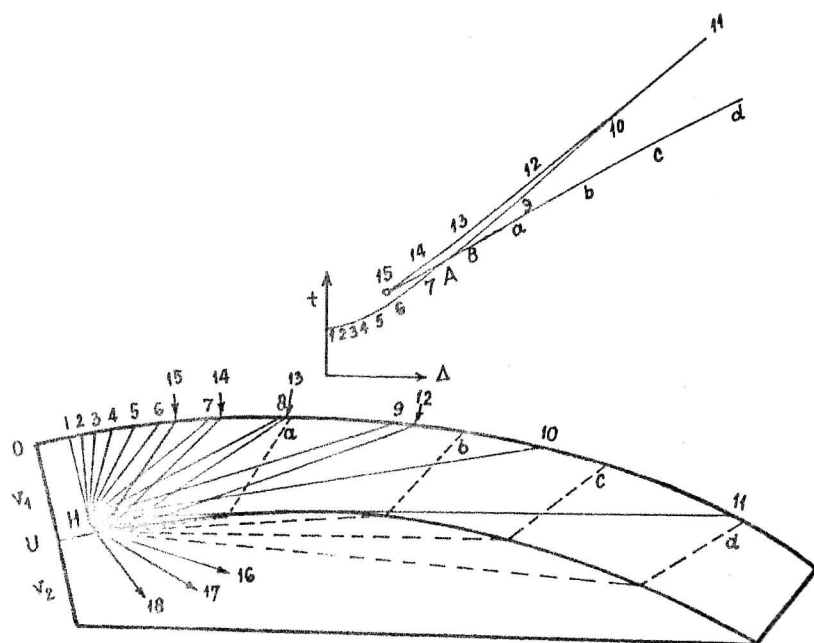
Iz svojstva hodohrona, koje se konstruiraju na osnovu podataka registracija seizmograma mogu se izvoditi zaključci o ustrojstvu unutrašnjosti Zemlje. Stoga valovi potresa u fizici Zemlje igraju sličnu ulogu kao rentgenske zrake u medicini. Kao što pomoću rentgenskih zraka možemo vidjeti unutrašnjost ljudskog tijela, tako i pomoću valova potresa možemo istražiti unutrašnju strukturu Zemlje.

Pokazat će se to na nekoliko primjera. Prikazat ćemo šematski zrake seizmičkih valova i odgovarajuću hodohronu, kad se na putu zraka nalazi jedan sloj, u kojem se brzina valova skokom (diskontinuirano) povećava (Sl.6-9,1).

Ishodište potresa H (hipocentar) neka je u blizini sloja U. Između O i U neka je brzina  $v_1 = 1$  i konstantna a u sloju U neka je  $v_2 = 1,5 v_1$  i isto tako konstantna. Od hipocentra H šire se valovi od kojih zrake 1,2,3, .... 18 u hipocentru su razmaknute za  $10^\circ$ .

Zrake 1-11, kako to slika prikazuje, dolaze direktnim putem na površinu i što je veća udaljenost od epicentra, to je i

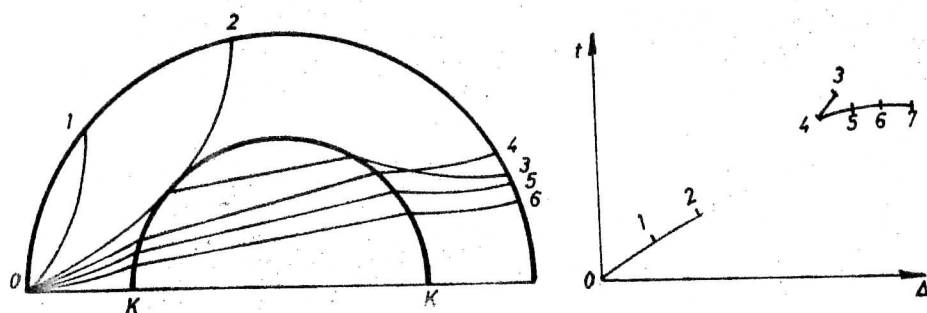




Sl. 6 - 9,1

vrijeme putovanja vala veće. Zraka 11 tangira plohu diskontinuiteta. Kod zraka 12-15 nastupa totalna refleksija na plohi diskontinuiteta, i njihova vremena putovanja su nešto malo veća od vremena putovanja direktnih valova. Zraka 15 je granična zraka totalne refleksije, jer zraka 16 već ulazi duboko u unutrašnjost Zemlje. Zbog toga smo naznačili na slici zrake između 15 i 16, koje se lome i prolaze kroz drugi sloj u kojem je brzina  $v_2$ , te se - zbog zakrivljenosti granice - vraćaju opet u prvi sloj i izbijaju na površinu. Njihova hodohrona je približno pravac, koji siječe hodohronu 1-11 u tački A. Vidi se da se putanje zraka koje su prolazile kroz drugi sloj razlikuju od direktnih samo za malen dio. Dakle ako kod hodohrone direktnih valova jednog potresa postoji takva petlja, tada se iz toga može zaključiti, da u unutrašnjosti postoji diskontinuitet.

Prikazat ćemo sada slučaj, gdje se duboko u unutrašnjosti Zemlje, brzina valova skokom u m a n j i (Sl.6-9,2).



Sl.6 - 9,2

Pri prolazu kroz sloj K-K brzina valova je manja nego izvan tog sloja, a na granici ona se skokom smanjila. Zraka 0-1 prolazi samo kroz prvi sloj. Zraka 0-2 tangira granicu diskontinuiteta brzine. U tački dodira jedna grana vala izlazi kod 2 a druga ulazi duboko u sloj K-K i izlazi na površinu kod 3. Postoji i jedna zraka 0-4, koja dublje ulazi u prvi sloj, ali izlazi najbliže zraci 0-2. Važno je sada to, da između zraka 2 i 4 ne dolazi ni jedna zraka na površinu. Iza zrake 4 opet sve dolaze na površinu. Hodohrona, koja prikazuje te valove ima dva dijela: 0-1-2 i 3-4-5-6-7. Između 2-4 nema valova. Iz takve hodohrone može se zaključiti, da u unutrašnjosti postoji diskontinuitet brzine a prema tome i materije. Pomoću hodohrona može se odrediti i brzina valova u unutrašnjosti, a iz raspodjele brzina zaključiti na slojeve.

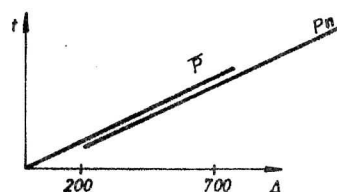
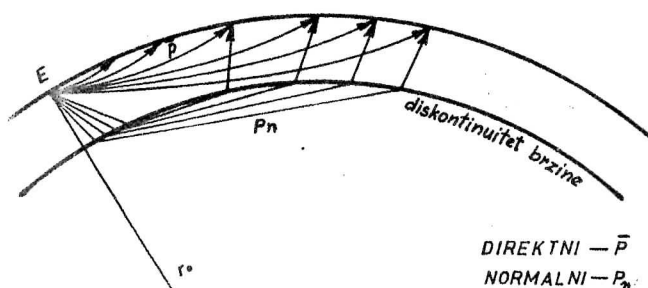
Tako je utvrđeno, da unutar Zemlje - pored kore - postoje 3 glavna sloja:

1. V a n j s k i omotač, koji se proteže u dubinu od 1200 km a u kojem brzina valova jednoliko raste dubinom;

2. U n u t a r n j i omotač od 1250-2900 km dubine, u kojem se brzina valova vrlo malo mijenja;
3. J e z g r a , na granici koje brzina longitudinalnih valova skokom opadne približno na iznos od  $2/3$  brzine u medusloju. Prolaz transverzalnih valova kroz jezgru još nije utvrđen odakle slijedi, da oni kroz jezgru ne prolaze ili samo vrlo malo.

#### 6-10. Mohorovičićev diskontinuitet

A. Mohorovičić je izradio veoma tačne hodohrone blizih potresa tj. na temelju podataka registracija seizmografa na stanicama, kojima su daljine od epicentra bile manje od 2000 km. Proučavajući registracije istog potresa na stanicama u raznim daljinama od epicentra uočio je, da na stanice do 200 km dolazi samo jedan longitudinalni i transverzalni val, a na stanice između 200 i 700 km po dva longitudinalna i transverzalna vala, dok u većim daljinama opet samo po jedan.



Sl. 6 - 10,1

Hodohrone koje je on dobio prikazane su u tablici.

Iz tih hodohrona mogu se uočiti ove dvije činjenice:

- a) longitudinalni val  $\bar{P}$  dolazi do svih stanica, čija je udaljenost od epicentra manja od 760 km, dok se na stanicama u većim daljinama taj val ne pojavljuje; on se zove i n d i v i d u a l a n .
- b) longitudinalni val  $P_n$  dolazi samo do stanica, koje se nalaze u daljinama većim od 280 km od epicentra; zove se n o r m a l a n .

# Hodohrone

| Udaljenost<br>stanice od<br>epicentra<br>km | Vrijeme putovanja vala |      |           |      |
|---|------------------------|------|-----------|------|
|   | $P_n$                  |      | $\bar{P}$ |      |
|   | m                      | s    | m         | s    |
| 0   |                        |      | 0         | 00,0 |
| 100   |                        |      | 0         | 18,1 |
| 200   |                        |      | 0         | 36,1 |
| 280   | 0                      | 49,4 | 0         | 50,5 |
| 300   | 0                      | 51,9 | 0         | 54,5 |
| 380   | 1                      | 02,1 | 1         | 08,2 |
| 400   | 1                      | 04,6 | 1         | 11,8 |
| 500   | 1                      | 17,3 | 1         | 29,6 |
| 600   | 1                      | 30,0 | 1         | 47,3 |
| 700   | 1                      | 42,7 | 2         | 04,7 |
| 760   | 1                      | 49,4 | 2         | 15,1 |
| 800   | 1                      | 54,4 |           |      |
| 900   | 2                      | 06,9 |           |      |
| 1000  | 2                      | 19,4 |           |      |

Iz činjenice da ne mogu postojati dvije vrste longitudinalnih valova, koji bi se kroz Zemlju širili raznim brzinama Mohorovičić je zaključio, da valovi  $\bar{P}$  i  $P_n$  dolaze do stanica različitim putovima a to može biti samo na taj način, da kontinuirani porast brzine dubinom postoji samo do određene dubine, gdje dolazi do naglog (diskontinuiranog) povećanja brzine. Prema tome zrake vala su do te dubine diskontinuiteta glatke krivulje a one zrake koje taj diskontinuitet prelaze, na njemu naglo promijene smjer i u sloju ispod diskontinuiteta se šire znatno većom brzinom.

Iz Sl.6-10,1 se vidi, da trajektorije koje u ishodištu E zatvaraju s polumjerom Zemlje veći kut  $i_0$  leže samo u slojevima iznad diskontinuiteta. Na diskontinuitet nailaze one zrake čiji kut  $i_0$  je malen. Prema tome na stanice ne dolaze dva različita longitudinalna vala, nego dvije faze istog vala. One se

razlikuju samo po tome, što do stanice putuju različitim stazama, zbog čega nastaje vremenska razlika u trajanju njihovog putovanja. Premda je dužina staze  $P_n$  faze veća od  $\bar{P}$  faze za istu stanicu (istu daljinu), ipak  $P_n$  faza prije dođe, jer je brzina širenja vala kroz slojeve ispod diskontinuiteta znatno veća od brzine u slojevima iznad diskontinuiteta.

Važno je sad odrediti dubinu, u kojoj se nalazi taj diskontinuitet a za to je potrebno poznavati brzine širenja vala u sloju do diskontinuiteta. To se može pomoću hodohrone za  $\bar{P}$  fazu, naravno uz izvjesne pretpostavke. Budući da brzine širenja elastičkih valova zavise od elastičkih konstantama materije, to skok u brzini zahtijeva naglu promjenu tih konstanta a time i materije.

#### 6-11. Trešnja tla i magnituda potresa

U poglavlju 6-3 opisana je makroseizmička metoda istraživanja potresa, kod koje je osnov jedna empirička skala, prema kojoj se na osnovu učinaka potresa na površini Zemlje dobiva površinska raspodjela intenziteta trešnje tla od jednog potresa. Stupnjevi u spomenutoj skali označuju empirički procijenjene akceleracije pomaka tla, a to je onaj element, koji kod potresa dolazi vidno do izražaja na površini. Običaj je reći kod jednog istog potresa da je *p o t r e s* (zapravo trešnja tla) na jednom mjestu bio intenziteta VI po Mercalli-Siebergovoj skali, na drugom (udaljenijem od epicentra) IV, trećem III itd. a samom potresu se daje makroseizmički intenzitet prema stupnju, koji je određen u pleistoseističkom području, dakle maksimalan stupanj.

Nije potrebno posebno obrazlagati da se intenzitet jednog potresa ne može odrediti *s a m o* prema razaranjima koje je uzrokovao na površini, jer jedan snažan potres, čije je potresno područje obuhvatilo nenaseljene predjele ostane od javnosti nezapažen, dok potres znatno manjeg intenziteta čiji je epicentar

baš u gusto naseljenom i izgrađenom području, može uzrokovati znatne štete i ljudske žrtve tako da ostane dugo u pamćenju kao velika katastrofa.

Da bi se dobila mjera za intenzitet potresa u hipocentru koja bi bila fizikalno fundirana što znači, da bi se iz nje moglo zaključiti na iznos oslobodene energije pri potresnom događaju u hipocentru, dao je Wood jedan objektivan kriterij za intenzitet potresa tzv. *m a g n i t u d u* potresa, izvođenje koje se osniva na podacima seizmografa.

Njegovu ideju proveo je Richter određivanjem magnitude potresa prema maksimalnoj amplitudi koju uzrokuje potres na jednoj određenoj udaljenosti na seizmografu određenog tipa. Kao normalni seizmograf koristi se Anderson-Wood torzioni seizmograf s ovim konstantama: vlastiti period  $T_0 = 0,8^s$ , statičko povećanje  $v = 2800$  i konstanta mirenja  $h = 0,8$ .

Ako je na takvom instrumentu od potresa u normalnoj daljini  $r = 100$  km registrirana maksimalna amplituda  $A$ , mjerena u mikronima, tada je magnituda  $M$  potresa definirana izrazom

$$M = \log A.$$

Između magnitude nekog potresa i njegove energije  $E$  postoji odnos

$$1,8 M = \log \left( \frac{E}{E_0} \right),$$

gdje je  $E_0$  energija potresa magnitude  $M = 0$ . Iz motrenja je dobiveno da je  $E_0 = 2,10^{11}$  erga.

Prema toj klasifikaciji, najslabiji potres, koji se može osjetilima utvrditi ima magnitudu  $M = 1,5$ ; slabom lokalnom potresu, koji se može osjetiti u području cca 20 km polumjera odgovara magnituda  $M = 3$ . Kod magnitude  $M = 4,5$  nastaju u epicentru i bližoj okolini štete na građevinama;  $M = 6$  odgovara jednom razornom potresu; jednom od najjačih potresa, kojeg instrumenti normalne

osjetljivosti registriraju na cijeloj Zemlji, odgovara magnituda  $M = 8,5$ . Oslobođena energija kod tih potresa iznosi  $1,10^{26}$  erga. Potresi takvog intenziteta javljaju se u prosjeku jednom godišnje.

#### 6-12. Geografija i statistika potresa

Na cijeloj Zemlji potresi se javljaju svakog dana i po više puta, ali ishodišta potresa nisu na Zemlji jednako prostorno raspodijeljena. Ima područja u kojima su potresi vrlo česti i osobito jaki. To su *s e i z m i č k a* ili seizmički aktivna područja. Područja u kojima su potresi dosta rijetki i pretežno srednje jakosti zovu se *p e n e s e i z m i č k a* područja. Područja u kojima su potresi vrlo rijetki i slabi zovu se *a s e i z m i č k a* područja. Prikazat ćemo raspodjelu epicentara potresa po kontinentima i oceanima.

*E v r o p a* . Glavno seizmičko područje Evrope jest Apeninski poluotok i Sicilija. Zatim dolazi Balkanski poluotok, naročito njegov južni dio, te otoci Jonskog mora i istočnog dijela Sredozemnog mora.

*A z i j a* . Seizmički je aktivan Kavkaz i Mala Azija, Armensko visočje. Seizmički je aktivna nizina rijeke Ganges te cijeli Asam, Kina i otoci uz istočnu i jugoistočnu Aziju (Sunda otoci, Moluci, Sumatra, Filipini, Formosa, Japanski otoci i Kamčatka).

*A f r i k a* . Seizmički je aktivno gorje Atlas i Alžir, zatim istočni dio Afrike. (Abesinija, Eritreja, Tanganjika).

*A u s t r a l i j a* . Australske Alpe, pobrđe Viktorija te Tašmansko gorje obiluje potresima. Nova Gvineja i Bismarkov arhipelag su prelazno područje s dosta velikom čestinom potresa u odnosu prema čestini potresa u Australiji.

S j e v. A m e r i k a . Glavno seizmičko područje su Kordiljere. Seizmički je aktivno otočje Zapadne Indije (Bahamsko otočje te Veliki i Mali Antili).

J u ž n a A m e r i k a . Seizmički su aktivne Ande.

A t l a n s k i o c e a n . Seizmička aktivnost tog oceana je općenito osrednja. Dosta živa seizmička djelatnost u Sjevernom moru, Grönland i Island su seizmički vrlo aktivni. Ishodišta potresa u tom oceanu ograničena su na njegov srednji meridionalni pojas. Razorni potresi pojavljuju se na Azorima i nešto i na otočju Bermuda.

T i h i o c e a n . Seizmički je aktivan u obalnom području.

I n d i j s k i o c e a n . Od ta tri oceana Indijski ocean je najsiromašniji po broju potresa. Seizmički je aktivan jedino njegov sjeveroistočni dio.

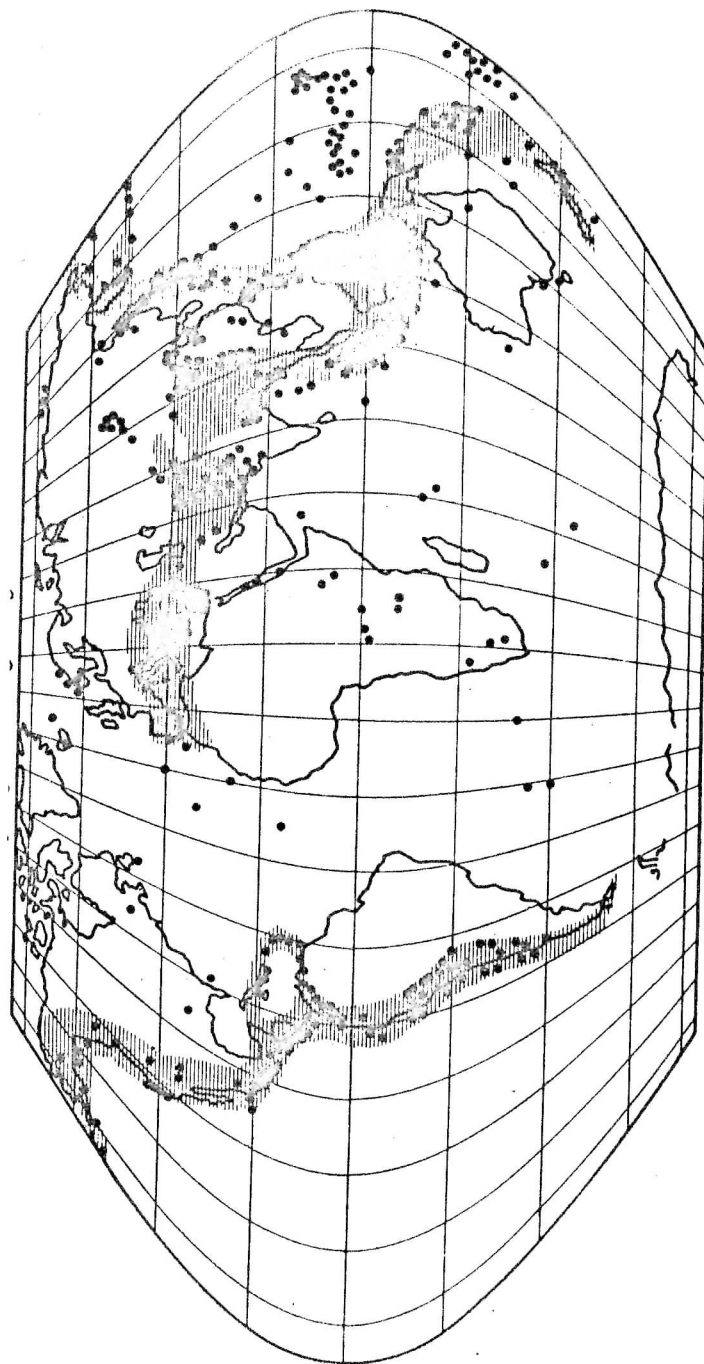
Iz naprijed spomenutog pregleda raspodjele potresa slijedi, da je najveći dio kontinenta i oceana aseizmičan. No najveći broj potresa a i najjači potresi vezani su na dva vrlo uska s e i z - m i č k a p o d r u č j a .

Prvi je m e d i t e r a n s k i seizmički pojas. On se proteže od Madeire i Kanarskih otoka, preko Gibraltara i Sredozemnog mora, Male Azije, Kavkaskog i Armenskog visočja do centralnog azijskog gorskog čvora u Pamiru. Od tog čvora odvaja se jedan uski pojas preko sastava Tjenšan, dok se glavni pojas nastavlja od Pamira preko Himalaje na Asam, zatim se svija prema jugu do Stražnje Indije i produžava preko Sumatra i Jave te Sunda otoka, Celebesa i Moluka do Tihog oceana. Tom pojasu pripada 20% svih potresa od kojih 15% otpada na srednje azijski dio pojasa, a 5% na ostale.

Drugi je o i r k u m p a c i f i č k i seizmički pojas. Taj pojas proteže se uz obale Tihog oceana. Počinje kod New Zelanda te se preko Kermadek i Tonga otoka proteže do Samoa otoka. Zatim zakreće sjeverozapadnim smjerom kroz cijelu Melaneziju (Fidži



Karta geografske raspodjele  
epicentara potresa



Sl. 6 - 11, 1

otoci, Nova Kaledonija, Novi Hebridi i Salamonski otoci) i preko Nove Gvineje dolazi do Moluka, gdje se sastaje s mediteranskim pojasom. Zatim prolazi preko Filipina, Formoze, cijelog Japanskog otočja do Kamčatke. Oštrim zavojem prolazi od Kamčatke u zonu Aleuta, te se preko Aljaske nadovezuje na američko kopno, koje je uz cijelu zapadnu obalu vrlo aktivno. Područje Velikih i Malih Antila pripada također tom seizmičkom pojasu. Tom pojasu pripada 80% svih potresa.

Oba pojasa prikazuje Sl.6-12,1.

Da bi se mogle uspoređivati seizmičke aktivnosti ili s e i z m i c i t e t i pojedinih područja (zona), potrebno je definirati mjeru za tu aktivnost odn. mjeru za seizmicitet.

Najjednostavnija mjera seizmiciteta jest č e s t i n a potresa. Dogodi li se u nekom području površine  $F$  u p godina  $n$  potresa, tada je  $N$  srednja godišnja čestina potresa u tom području.

$$N = \frac{n}{p} .$$

U veličini  $N$  nije uzet u obzir i intenzitet potresa.

S fizikalnog stanovišta najjednostavnije bi bilo definirati seizmicitet množinom energije koju primi određeno područje od potresa u nekom određenom vremenu. No pri tome je prava množina energije  $E_i$  pojedinog potresa općenito nepoznata, ako ne poznamo magnitudu. U tom slučaju može se odrediti (izmjeriti) samo dio energije koji dođe do površine i to veličina  $e_i$  tj. površinska energija, koja je - zbog disipacije energije duž puta - manja od  $E_i$ .

Kao mjeru seizmiciteta  $S$  u nekom području na jedinicu površine i u godišnjem prosjeku može definirati ovaj izraz:

$$S = \frac{\sum e_i}{F \cdot p}, \quad (6-12,1)$$

a to je zapravo srednja gustoća energije. Ako postoje instrumentalni podaci, iz kojih se može odrediti magnituda, tada je

$$e_i = e_o \cdot 10^{1,8M_i},$$

prema  $1,8 M = \log \left( \frac{E}{E_o} \right)$  tj. odnosa između magnitude potresa i energije  $E$ . Definicija je veoma jednostavna ali za njenu primjenu u praksi trebalo bi raspolagati s podacima o veličini  $M_i$  i  $e_o$ , a na te veličine se najveći dio makroseizmičkog materijala s kojim danas raspolažemo, ne odnosi. Stoga je potrebno dati i još neke definicije seizmiciteta, koje će omogućiti korištenje raspoloživog makroseizmičkog materijala.

Naprijed spomenute definicije pomoću energije dale bi apsolutne vrijednosti seizmiciteta, a daljnje definicije, koje se odnose na korištenje makroseizmičkog materijala, daju samo relativne vrijednosti seizmiciteta, koje ćemo označiti sa  $s$ .

Makroseizmički su poznate veličine maksimalni intenzitet  $I_m$  i površina potresnog područja. Za bolje upoređenje pojedinih potresa u raznim područjima potrebno je mjesto cijele površine tog područja uzeti jednu određenu površinu  $F_j$  tj. površinu, koju ograničuje isoseista intenziteta  $j$ . Tu isoseistu treba tako odabrati, da ona dolazi kod svih potresa u područjima, čiji se seizmiciteti upoređuju i naravno da se njen tok može odrediti.

Ne sam maksimalni intenzitet ne daje sigurnu vezu s energijom  $e_i$  jednog potresa, jer kod oslobađanja jednakih iznosa energije u hipocentru, raspodjela energije  $e_i$  duž površine zavisi o dubini hipocentra potresa.

Ukupna energija bit će proporcionalna produktu iz površine  $F_j$  i maksimalnog intenziteta  $I_m$ , jer što je veća površina  $F_j$  kod konstantnog iznosa  $e_i$ , to je manji maksimalni intenzitet  $I_m$  i obratno.

Prema tome može se staviti:

$$e_i = c \cdot I_m F_j = c \cdot w_i.$$

Konstanta  $c$  može se odrediti uporedivanjem, i to potresa, za koje je određena magnituda, pa se veličina  $e_i$  može odrediti po naprijed spomenutoj formuli.

U mnogo slučajeva bit će moguće odrediti relativan seizmicitet  $s$ , kojeg definiramo izrazom

$$s = \frac{\sum w_i}{F \cdot p}, \quad (6-12,2)$$

a veza s apsolutnim seizmicitetom  $S$  dana je izrazom

$$S = c \cdot s.$$

Razdijelimo li još područje  $F$  u pojedine manje zone  $f_{i,k}$ , tako da je  $F = \sum f_{i,k}$ , tada se može dobiti uvid u položaj i izdašnost pojedinih izvora seizmičke energije ili drugim riječima u prostornu raspodjelu čestine trešnja i njihovu veličinu.

Prema tome raspodjela seizmičke energije u nekom području dobiva se kao plošna gustoća iste tj. kao  $S_{i,k}$  ili  $s_{i,k}$ , što se mora odrediti za svaku elementarnu zonu  $f_{i,k}$ . Također se može za svaku elementarnu zonu odrediti broj i intenzitet trešnja i sve sumirati za određeni vremenski period i odatle izvesti čestinu trešnja i njihovu veličinu.

Za opasnost od potresa u nekom području mjerodavne su veličine čestina trešnja i jačina trešnje, jer se ovdje radi o pasivnom događaju potresa.

Seizmicitet kako je definiran prednjim izrazima jest višeznačan, jer jednaka suma energije a prema tome i jednaka brojna vrijednost seizmiciteta može - u graničnom slučaju - rezultirati ili od malo potresa velikog intenziteta ili od mnogo potresa malenog intenziteta. Ta višeznačnost može se ukloniti ako se uz spomenute veličine još odredi čestina  $N$  potresa ili prosječan intenzitet  $\bar{I} = \frac{\sum I}{p}$  potresa u promatranom vremenskom periodu.

### 6-13. Seizmičke karakteristike tla

Mehanički učinci od nekog potresa na predmetima na površini Zemlje ne mogu se direktno koristiti kao mjera za gibanje tla.

Neka je  $s$  pomak jednog djelića tla u nekom proizvoljnom smjeru, dakle totalni (rezultantni) pomak tla, kao funkcija vremena. U blizini epicentra prevladavat će dio pomaka tla u vertikalnom smjeru a sa povećanjem udaljenosti od epicentra njegov horizontalni dio. Pretpostavimo li da je gibanje tla jednostavno harmoničko, tada vrijedi

$$s = s_0 \sin \frac{2\pi}{T}t, \quad (6-13,1)$$

gdje je  $s_0$  maksimalni pomak (amplituda) a  $T$  perioda gibanja tla.

Maksimalna brzina  $\dot{s}_m$  i maksimalna akceleracija  $\ddot{s}_m$  bit će:

$$\dot{s}_m = s_0 \frac{2\pi}{T}, \quad \ddot{s}_m = s_0 \frac{4\pi^2}{T^2}. \quad (6-13,2)$$

O maksimalnoj akceleraciji zavisi maksimalna veličina sila, koje pri gibanju tla djeluju na predmete i ljude kao i naprezanja, koja pri tom gibanju nastaju. Za učinak nekog potresa mjerodavna je energija, koja pri tom postoji tj. sposobnost vršenja radnje, a ne samo akceleracija. Ako je  $\rho$  gustoća tla, tada je maksimalna gustoća  $E$  kinetičke energije na jednom mjestu

$$E = \rho \frac{2\pi^2 s_0^2}{T^2}, \quad [E] = \frac{\rho \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}}{\text{cm}^3}. \quad (6-13,3)$$

No treba pri tome uzeti u obzir i vremenski razmak u kojem je dovedena određena količina energije, dakle mjerodavna je gustoća maksimalne snage tj.  $\frac{\text{energija}}{\text{vrijeme}}$ . Gustoću  $I$  snage definirano množinom energije, koja u jedinici vremena prođe kroz jedinicu površine plove okomite na smjer zrake vala, dakle

$$L = \frac{\text{energija}}{\text{površina} \cdot \text{vrijeme}}, \quad [L] = \frac{\text{g cm}^2 \text{s}^{-2}}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}.$$

Pomnožimo li u tom izrazu brojnik i nazivnik s dužinom dobivamo da je gustoća snage također

$$L = \frac{\text{energija}}{\text{volumen}} \cdot \frac{\text{dužina}}{\text{vrijeme}}, \quad [L] = \frac{\text{g cm}^2 \text{s}^{-2}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{\text{cm}}{\text{s}},$$

a dio  $\frac{\text{dužina}}{\text{vrijeme}}$  je brzina  $v$  širenja energije u valnom gibanju tj. brzina širenja vala.

Prema tome možemo uzevši u obzir izraz (6-13,3) pisati

$$L = g \cdot v \frac{2 \pi^2 s_o^2}{T^2}. \quad (6-13,4)$$

Izvedeni izrazi vrijede ovdje samo u pogledu reda veličine, jer gibanje tla baš u blizini ishodišta potresa obično nema sinusoidalni tok. Osim toga za tačniji račun treba maksimalne vrijednosti  $\dot{s}_m$  i  $\ddot{s}_m$  zamijeniti njihovim efektivnim vrijednostima  $\dot{s}_e = \frac{\dot{s}_m}{\sqrt{2}}$  i  $\ddot{s}_e = \frac{\ddot{s}_m}{\sqrt{2}}$ . Ali za nastala maksimalna naprezanja mjero-rodavna je naravno  $\ddot{s}_m$ .

Važna je u izrazu (6-13,4) veličina  $g \cdot v$ , jer tim produktom dolaze do izražaja svojstva tla u jednom izrazu za efekte i učinke kod gibanja tla. Za taj produkt mi nemamo ime (njem. Schallhärte, engl. impedance), ali ga možemo zvati seizmička impedancija. Taj produkt je karakteristična veličina kod vođenja energije i svojstava tla. Što je taj produkt veći, to je bolja vodljivost za seizmičku energiju, a on je općenito to veći što je materijal čvršći i kompaktniji. Stijene vode energiju bolje od taložnih i nekompaktnih materija.

#### Faktor podloge

Kako smo naprijed iznijeli za učinke kod gibanja tla uzrokovanih potresom važne su karakteristike odn. svojstva tla

Tablica 1

| Kategorija<br>tla               | $v$<br>$\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$ | $g$<br>$\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ | $g \cdot v$<br>$10^5 \text{gcm}^{-2} \text{s}^{-1}$ | $\alpha =$<br>$\frac{g \cdot v}{g_0 v_0}$ | faktor<br>podloge<br>$u = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ |
|---------------------------------|--|--|---|---|--|
| granit                          | 5,6                                    | 2,9                                    | 16,2  | 1,00                                      | 1,00   |
| vapnenci,<br>pješčenjaci        | 4,5 - 2,5                              | 2,8-2,0                                | 12,6-5  | 0,78-0,31                                 | 1,14-1,80  |
| gips, lapor                     | 3,0-1,7                                | 2,4-1,7                                | 7,2-2,9   | 0,44-0,18                                 | 1,50-2,36  |
| šljunak                         | 2,1-0,9                                | 2,0-1,6                                | 4,2-1,4   | 0,26-0,087                                | 1,96-3,40  |
| pijesak                         | 1,6-0,6                                | 1,9-1,6                                | 3,1-1,0   | 0,19-0,062                                | 2,29-4,02  |
| glina                           | 1,5-0,6                                | 2,0-1,6                                | 3,0-1,0   | 0,185-0,062                               | 2,32-4,02  |
| nasuto tlo<br>rastresito<br>tlo | 0,6-0,2                                | 1,5-1,3                                | 0,9-0,26  | 0,049-0,016                               | 4,50-7,89  |

(podloge). Od određene daljine od epicentra potresa opadanje gustoće energije ili snage potresa je veoma polagano, tako da se može uzeti da je  $L = \text{konst.}$  unutar većeg područja.

Iz izraza (6-13,4) vidi se

$$s_0^2 = \text{konst} \frac{T^2}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{g \cdot v},$$

$$s_0 = \text{Konst.} \cdot \frac{T}{\pi\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{g \cdot v}},$$

da je amplituda  $s_0$  gibanja tla obrnuto proporcionalna produktu  $g \cdot v$ . To znači da većoj vrijednosti produkta odgovaraju manje amplitude pomaka tla i obratno.

Stoga te odnose kod raznih podloga i tla karakterizira faktor podloge  $u$ . To je veličina koja pokazuje, za koliko je  $u$  prosjeku amplituda nekog tla kod jednake gustoće

snage veća u odnosu prema nekom tlu s faktorom podloge  $u = 1$ , a koje se zove i normalno tlo. Za normalno tlo uzima se tlo s najvećom vrijednosti produkta  $\rho \cdot v$  a to je granit. Dakle  $u = 1$  kod granita.

Prema spomenutoj definiciji što je veći faktor podloge  $u$  to je na toj podlogi veća opasnost od djelovanja potresa i tim lakše dolazi do lomova i drugih pojava kod jačih dinamičkih naprezanja.

Faktor podloge  $u$  može se odrediti i eksperimentalno.

U tablici 1. navedeni su ovi podaci za o s n o v n e seizmičke kategorije tla:

- brzina  $v$  rasprostiranje longitudinalnog elastičkog vala,
- gustoća  $\rho$  tla,
- seizmička (akustička) i m p e n d a n c i j a  $\rho \cdot v$  tla,
- relativna seizmička (akustička) impendancija  $\alpha = \frac{\rho v}{\rho_0 v_0}$   
tla u odnosu na impendanciju  $\rho_0 v_0$  granita i
- faktor podloge  $u = \frac{1}{\sqrt{\rho v}} : \frac{1}{\sqrt{\rho_0 v_0}} = \sqrt{\frac{\rho_0 v_0}{\rho v}} = \frac{1}{\alpha} = \frac{s_0}{s}$   
u odnosu na granit kao normalno (osnovno) tlo.





